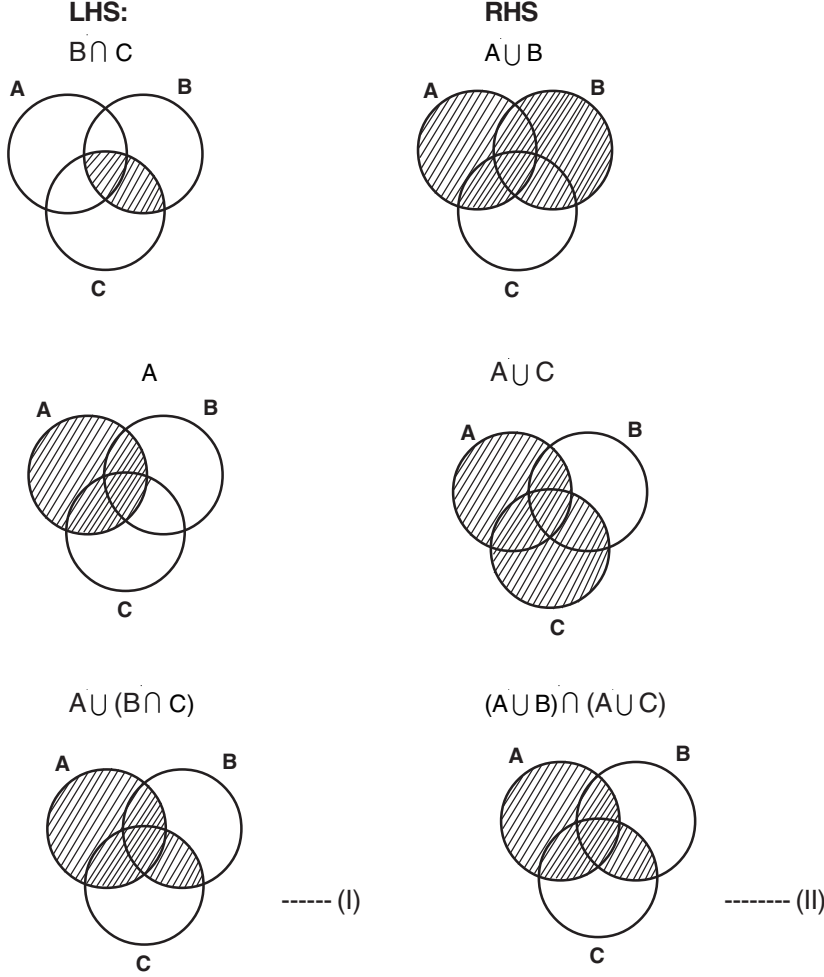


ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. கணங்களும் சார்புகளும்

1. வென்படங்களைப் பயன்படுத்தி பின்வருவற்றைச் சரியான சேதித்துப் பார்க்க. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
தீர்வு :



$$I = II$$

$$LHS = RHS$$

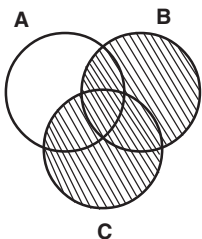
$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

2. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

தீர்வு:

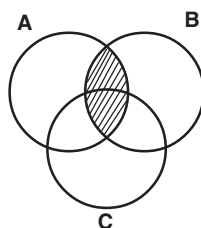
LHS

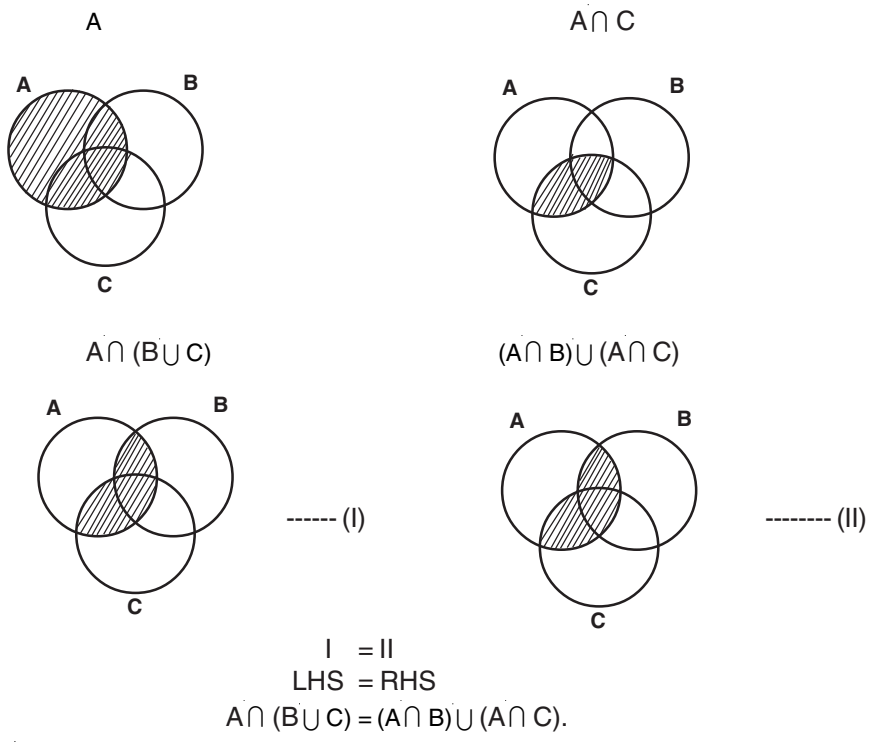
$B \cup C$



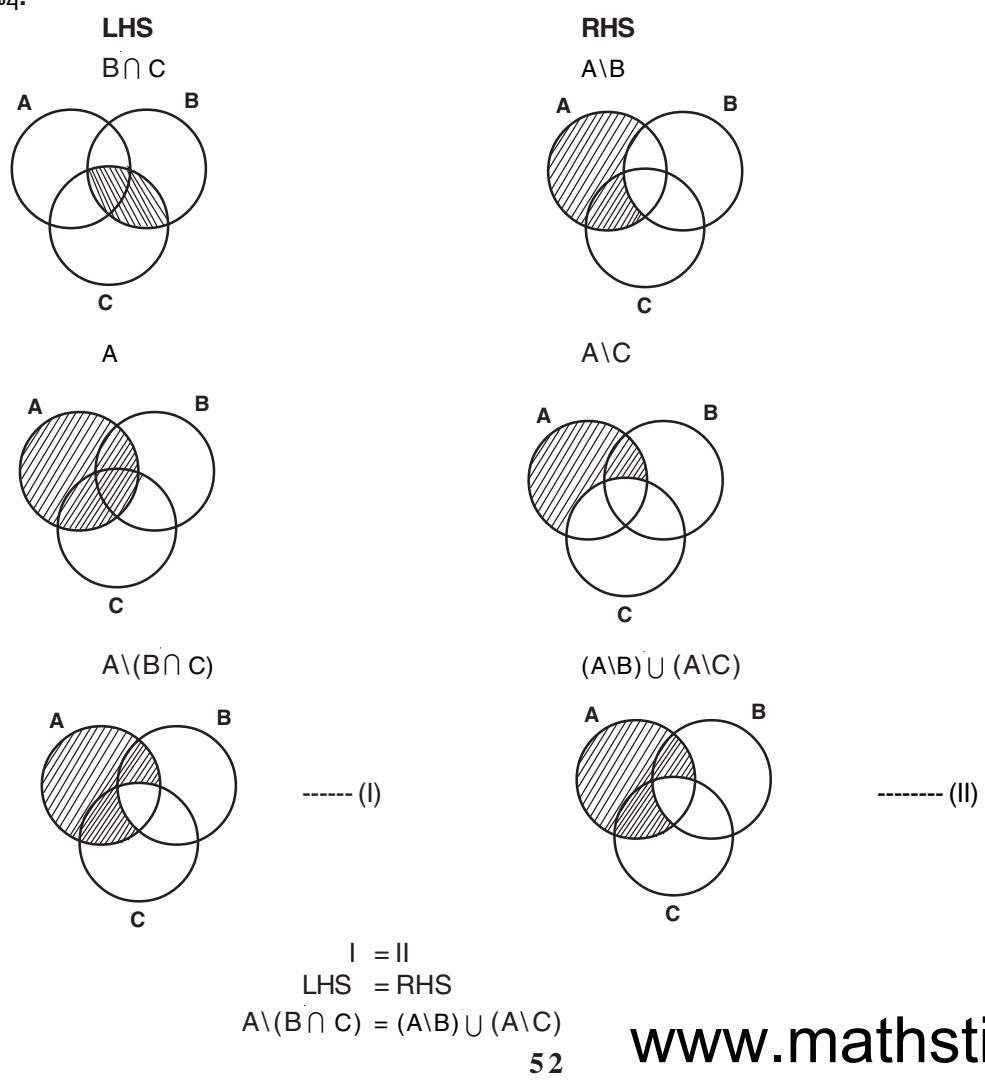
RHS

$A \cap B$





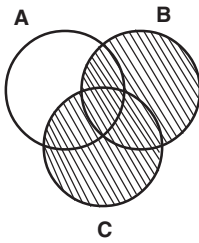
3. $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.
 தீர்வு:



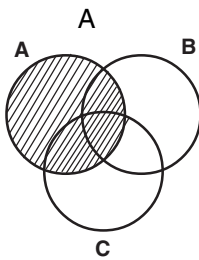
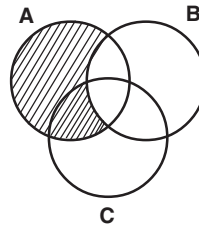
4. $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

தீர்வு:

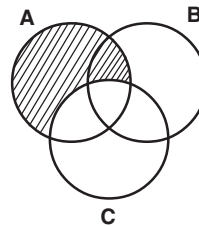
LHS
 $(B \cup C)$



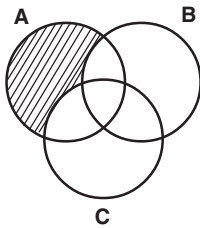
RHS
 $(A \setminus B)$



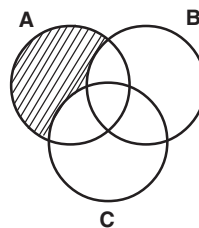
$(A \setminus C)$



$A \setminus (B \cup C)$



$(A \setminus B) \cap (A \setminus C)$



---- (I)

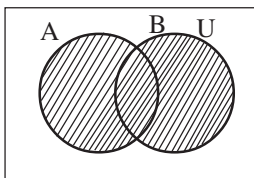
----- (II)

I = II
LHS = RHS
 $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

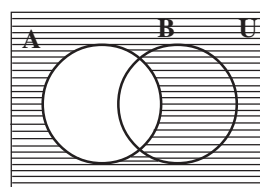
5. $(A \cup B)' = A' \cap B'$

தீர்வு:

LHS
 $A \cup B$

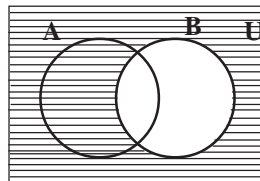
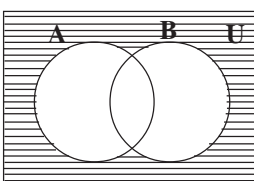


RHS
 $A' = U - A$

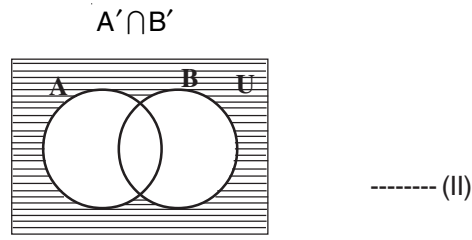


$(A \cup B)' = U - A \cup B$

$B' = U - B$

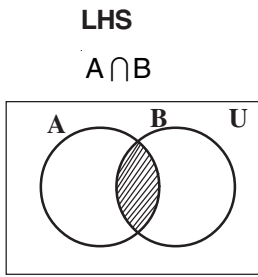


--- I

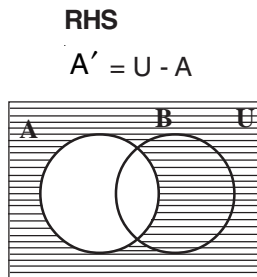
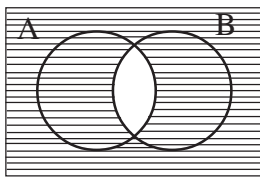


$$\begin{aligned} I &= II \\ \text{LHS} &= \text{RHS} \\ (A \cup B)' &= A' \cap B' \end{aligned}$$

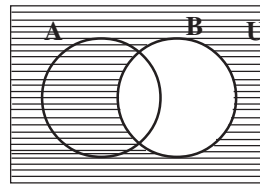
6. $(A \cap B)' = A' \cup B'$
தீர்வு:



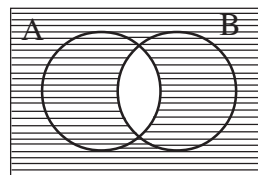
$$(A \cap B)' = U - A \cap B$$



$$B' = U - B$$



$$A' \cup B'$$



$$\begin{aligned} I &= II \\ \text{LHS} &= \text{RHS} \\ (A \cap B)' &= A' \cup B' \end{aligned}$$

7. $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$, $A = \{-2, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 8, 9\}$ டு மார்கன் கண நிரப்பி விதிகளைச் சரிபார்.
தீர்வு டுமார்கன் கண நிரப்பு i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

i) **L.H.S.** = $(A \cup B)'$

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{-2, 2, 3, 4, 5\} \cup \{1, 3, 5, 8, 9\} \\ &= \{-2, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9\} \end{aligned}$$

$$(A \cup B)' = U \setminus (A \cup B)$$

$$\begin{aligned} &= \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \setminus \{-2, 1, 2, 3, 5, 8, 9\} \\ &= \{-1, 0, 6, 7, 10\} \end{aligned}$$

----- (I)

$$\begin{aligned}
\text{R.H.S.} &= A' \cap B' \\
A' &= U \setminus A \\
&= \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \setminus \{-2, 2, 3, 4, 5\} \\
&= \{-1, 0, 1, 6, 7, 8, 9, 10\} \\
B' &= U \setminus B \\
&= \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \setminus \{1, 3, 5, 8, 9\} \\
&= \{-2, -1, 0, 2, 4, 6, 7, 10\} \\
A' \cap B' &= \{-1, 0, 1, 6, 7, 8, 9, 10\} \cap \{-2, -1, 0, 2, 4, 6, 7, 10\} \\
&= \{-1, 0, 6, 7, 10\} \quad \text{---- (II)} \\
I &= II
\end{aligned}$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$\text{ii) } (A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$\text{L.H.S.} = (A \cap B)'$$

$$\begin{aligned}
(A \cap B) &= \{-2, 2, 3, 4, 5\} \cap \{1, 3, 5, 8, 9\} \\
&= \{3, 5\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(A \cap B)' &= U \setminus (A \cap B) \\
&= \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \setminus \{3, 5\} \\
&= \{-2, -1, 0, 1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10\} \quad \text{---- (I)}
\end{aligned}$$

$$\text{R.H.S.} = A' \cup B'$$

$$A' = U \setminus A$$

$$\begin{aligned}
A' &= \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \setminus \{-2, 2, 3, 4, 5\} \\
&= \{-1, 0, 1, 6, 7, 8, 9, 10\}
\end{aligned}$$

$$B' = U \setminus B$$

$$\begin{aligned}
B' &= \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \setminus \{1, 3, 5, 8, 9\} \\
&= \{-2, -1, 0, 2, 4, 6, 7, 10\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A' \cup B' &= \{-1, 0, 1, 6, 7, 8, 9, 10\} \cup \{-2, -1, 0, 2, 4, 6, 7, 10\} \\
&= \{-2, -1, 0, 1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10\} \quad \text{---- (II)}
\end{aligned}$$

$$I = II$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$8. A = \{a, b, c, d, e, f, g, x, y, z\}, B = \{1, 2, c, d, e\}, C = \{d, e, f, g, z, y\} \quad A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$$

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
B \cup C &= \{1, 2, c, d, e\} \cup \{d, e, f, g, z, y\} \\
&= \{1, 2, c, d, e, f, g, y\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A \setminus (B \cup C) &= \{a, b, c, d, e, f, g, x, y, z\} \setminus \{1, 2, c, d, e, f, g, y\} \\
&= \{a, b, x, z\} \quad \text{---- (I)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A \setminus B &= \{a, b, c, d, e, f, g, x, y, z\} \setminus \{1, 2, c, d, e\} \\
&= \{a, b, f, g, x, y, z\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A \setminus C &= \{a, b, c, d, e, f, g, x, y, z\} \setminus \{d, e, f, g, z, y\} \\
&= \{a, b, c, x, z\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(A \setminus B) \cap (A \setminus C) &= \{a, b, f, g, x, y, z\} \cap \{a, b, c, x, z\} \\
&= \{a, b, x, z\} \quad \text{---- (I)}
\end{aligned}$$

$$I = II$$

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$$

9. ஒரு நகரத்தில் 85% மக்கள் தமிழும், 40% பேர் ஆங்கிலமும் மற்றும் 20% பேர் இந்தியும் பேசுகிறார். 32% பேர் ஆங்கிலமும் தமிழும், 13% தமிழும், இந்தியும், 10% ஆங்கிலமும் இந்தியும் பேசுகிறார்கள். மூன்று மொழியும் பேசத்தொரிந்தவர் சதவீதம் காண்க.

தமிழ் - T

ஆங்கிலம் - E

இந்தி - H

{தமிழ் மொழி பேசுபவர்} $n(T) = 85\%$

{ஆங்கில மொழி பேசுபவர்} $n(E) = 40\%$

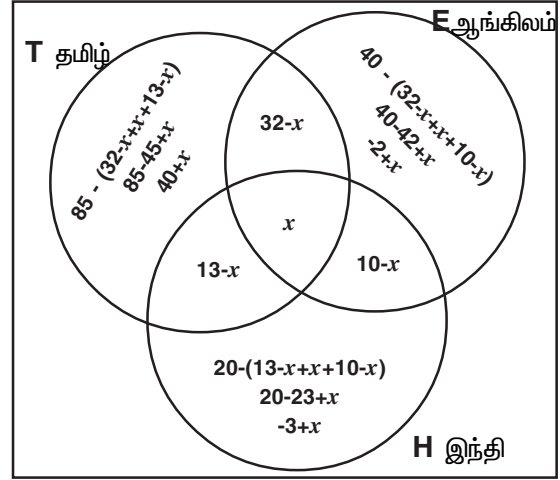
{இந்தி மொழி பேசுபவர்} $n(H) = 20\%$

{தமிழும், ஆங்கிலமும் பேசுபவர்} $n(T \cap E) = 32\%$

{தமிழும், இந்தியும் பேசுபவர்} $n(T \cap H) = 13\%$

{ஆங்கிலமும், இந்தியும் பேசுபவர்} $n(E \cap H) = 10\%$

{மூன்று மொழியும் பேசுபவர்} $n(T \cap E \cap H) = x$



மூன்று மொழியும் பேசத் தொரிந்தவர் சதவீதம்

$$40 + x + 32 - x + 13 - x + x - 2 + x - 3 + x + 10 - x = 100$$

$$95 - 5 + x = 100$$

$$90 + x = 100$$

$$x = 100 - 90$$

$$x = 10\%$$

மூன்று மொழியும் பேசத் தொரிந்தவர் சதவீதம் = 10%

10. 170 வாடிக்கையாளர்களில் 115 பேர் தொலைக்காட்சி, 110 பேர் வானொலி, 130 பேர் பத்திரிக்கையையும் பயன்படுத்துகிறார்கள் என்பதை ஒரு விளம்பர நிறுவனம் கண்டறிந்தது. 85 பேர் தொலைக்காட்சி மற்றும் பத்திரிக்கை, 75 பேர் தொலைக்காட்சி மற்றும் வானொலி, 95 பேர் வானொலி மற்றும் பத்திரிக்கையையும் 70 பேர் மூன்றினையும் பயன்படுத்துகிறார்கள்.

(i) வானொலி மட்டும் (ii) தொலைக்காட்சி மட்டும்

(iii) தொலைக்காட்சி மற்றும் பத்திரிக்கையை பயன்படுத்தி வானொலி பயன்படுத்தாதவர்கள் காண்க.

தொலைக்காட்சி = T

வானொலி = R

பத்திரிக்கை = M

$$n(T) = 115$$

$$n(R) = 110$$

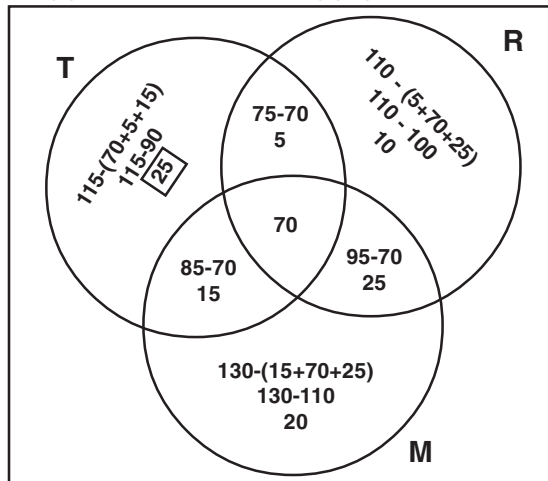
$$n(M) = 130$$

$$n(T \cap M) = 85$$

$$n(T \cap R) = 75$$

$$n(R \cap M) = 95$$

$$n(T \cap R \cap M) = 70$$



i) வானொலி மட்டும் = 10

ii) தொலைக்காட்சி மட்டும் = 25

iii) தொலைக்காட்சி மற்றும் பத்திரிக்கையை பயன்படுத்தி வானொலி பயன்படுத்தாதவர்கள் = 15

$$11. f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 1 & : -3 \leq x < 2 \\ 3x - 2 & : 2 \leq x \leq 4 \\ 2x - 3 & : 4 < x < 7 \end{cases} \text{ பின்வருவனவற்றைக் காண்க, (i) } f(5) + f(6)$$

$$\text{ii) } f(1) - f(-3) \quad \text{iii) } f(-2) - f(4) \quad \text{iv) } \frac{f(3)+f(-1)}{2f(6)-f(1)}$$

தீர்வு:

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 1 & : -3 \leq x < 2 \quad (-3, -2, -1, 0, 1) \\ 3x - 2 & : 2 \leq x \leq 4 \quad (2, 3, 4) \\ 2x - 3 & : 4 < x < 7 \quad (5, 6) \end{cases}$$

$$\text{i) } f(5) + f(6) = ?$$

$$f(x) = 2x - 3$$

$$f(5) = 2 \times 5 - 3$$

$$= 10 - 3$$

$$f(5) = 7$$

$$f(6) = 2 \times 6 - 3$$

$$= 12 - 3$$

$$f(6) = 9$$

$$f(5) + f(6) = 7 + 9$$

$$f(5) + f(6) = 16$$

$$\text{ii) } f(1) - f(-3) = ?$$

$$f(x) = 4x^2 - 1$$

$$f(1) = 4 \times 1^2 - 1$$

$$= 4 - 1$$

$$f(1) = 3$$

$$f(-3) = 4 \times (-3)^2 - 1$$

$$= 4 \times 9 - 1$$

$$= 36 - 1$$

$$f(-3) = 35$$

$$f(1) - f(-3) = 3 - 35$$

$$f(1) - f(-3) = -32$$

$$\text{iii) } f(-2) - f(4)$$

$$f(x) = 4x^2 - 1$$

$$f(-2) = 4 \times (-2)^2 - 1$$

$$= 4 \times 4 - 1$$

$$= 16 - 1$$

$$f(-2) = 15$$

$$f(x) = 3x - 2$$

$$f(4) = 3 \times 4 - 2$$

$$= 12 - 2$$

$$f(4) = 10$$

$$f(-2) - f(4) = 15 - 10$$

$$f(-2) - f(4) = 5$$

$$iv) \frac{f(3)+f(-1)}{2f(6)-f(1)} = ?$$

$$f(3) + f(-1)$$

$$f(x) = 3x - 2$$

$$f(3) = 3 \times 3 - 2 \\ = 9 - 2$$

$$f(3) = 7$$

$$f(x) = 4x(-1)^2 - 1 \\ = 4 - 1$$

$$f(-1) = 3$$

$$f(3) + f(-1) = 7 + 3$$

$$f(3) + f(-1) = 10$$

$$2f(6) - f(-1) = 10$$

$$2f(6) - f(1) = ?$$

$$2(x) = 2x - 3$$

$$f(6) = 2 \times 6 - 3 \\ = 12 - 3$$

$$f(6) = 9$$

$$2f(6) = 18$$

$$f(1) = 4 \times 1^2 - 1 \\ = 4 - 1$$

$$f(1) = 3$$

$$2f(6) - f(1) = 18 - 3 \\ = 15$$

$$\frac{f(3)+f(-1)}{2f(6)-f(1)} = \frac{10}{15}$$

$$\text{Ans: } \frac{2}{3}$$

12. $A = \{ 0, 1, 2, 3 \}$, $B = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$ இரு கணங்கள் $f : A \rightarrow B$ என்னும் சார்பு $f(x) = 2x + 1$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினை (i) வரிசை சோடிகளின் கணம் (ii) அட்டவணை (iii) அம்புக்குறிப்படம் (iv) வரைபடம் ஆகியவற்றால் குறிப்பிடுக,

தீர்வு

$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(0) = 2 \times 0 + 1 = 0 + 1 = 1$$

$$f(1) = 2 \times 1 + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$f(2) = 2 \times 2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$f(3) = 2 \times 3 + 1 = 6 + 1 = 7$$

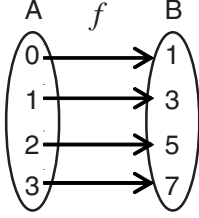
- (i) வரிசை சோடிகளின் கணம்

$$\{ (0, 1), (1, 3), (2, 5), (3, 7) \}$$

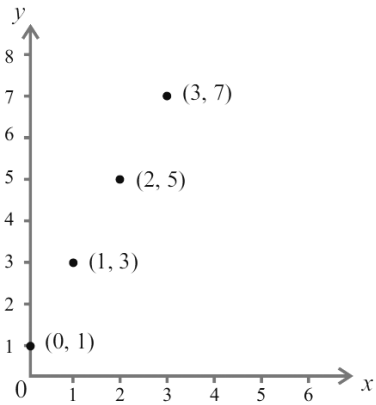
(ii) அட்டவணை

x	0	1	2	3
f(x)	1	3	5	7

(iii) அம்புக்குறி படம்



(iv) வரைபடம்



$$13. f(x) = \begin{cases} 1+x & 1 \leq x < 2 \\ 2x-1 & 2 \leq x < 4 \\ 3x^2-10 & 4 \leq x < 6 \end{cases} \quad (1, 6) = \{x \in \mathbb{R}; 1 \leq 6\}$$

(i) f(5) (ii) f(3) (iii) f(1) (iv) f(2) - f(4) (v) 2f(5) - 3f(1) மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$f(x) = \begin{cases} 1+x & 1 \leq x < 2 & (1) \\ 2x-1 & 2 \leq x < 4 & (2, 3) \\ 3x^2-10 & 4 \leq x < 6 & (4, 5) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } f(x) &= 3x^2 - 10 \\ f(5) &= 3 \times 5^2 - 10 \\ &= 3 \times 25 - 10 \\ &= 75 - 10 \\ f(5) &= 65 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } f(x) &= 2x - 1 \\ f(3) &= 2 \times 3 - 1 \\ &= 6 - 1 \\ f(3) &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } f(x) &= 1 + x \\ f(1) &= 1 + 1 \\ f(1) &= 2 \end{aligned}$$

$$\text{iv) } f(2) - f(4)$$

$$f(x) = 2x - 1$$

$$f(2) = 2 \times 2 - 1 \\ = 4 - 1$$

$$f(2) = 3$$

$$f(x) = 3x^2 - 10$$

$$f(4) = 3 \times 4^2 - 10 \\ = 3 \times 16 - 10 \\ = 48 - 10$$

$$f(4) = 38$$

$$f(2) - f(4) = 3 - 38$$

$$f(2) - f(4) = -35$$

$$v) 2f(5) - 3f(1)$$

$$2f(5) = 2 \times 65 \\ = 130$$

$$3f(1) = 3 \times 2 \\ = 6$$

$$2f(5) - 3f(1) = 130 - 6$$

$$2f(5) - 3f(1) = 124$$

14. $A = \{4, 6, 8, 10\}$ $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ என்க. $f: A \rightarrow B$ $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. (i) அம்புக்குறிப்படம் (ii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம் (iii) அட்டவணை (iv) வரைபடம் ஆகியவற்றின் மூலம் குறிக்க. தீர்வு:

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1$$

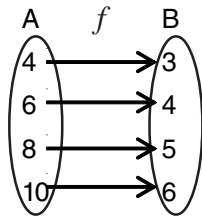
$$f(4) = \frac{1}{2} \times 4 + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$f(6) = \frac{1}{2} \times 6 + 1 = 3 + 1 = 4$$

$$f(8) = \frac{1}{2} \times 8 + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$f(10) = \frac{1}{2} \times 10 + 1 = 5 + 1 = 6$$

- i) அம்புக்குறிப்படம்

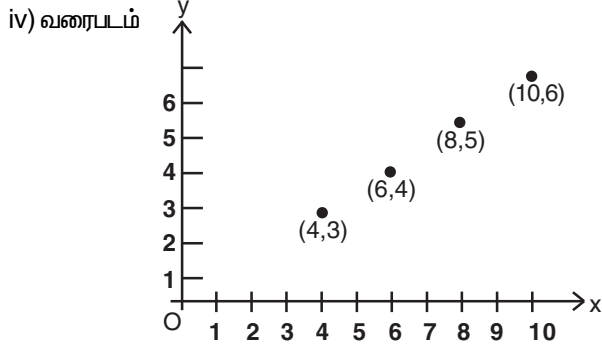


- ii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்

$$f = \{(4, 3) (6, 4) (8, 5) (10, 6)\}$$

- iii) அட்டவணை

x	4	6	8	10
$f(x)$	3	4	5	6



15. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & -7 \leq x < -5 \\ x + 5 & -5 \leq x \leq 2 \\ x - 1 & 2 < x < 6 \end{cases}$ பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $2f(-4) + 3f(2)$ ii) $f(-7) - f(-3)$ iii) $\frac{4f(-3) + 2f(4)}{f(-6) - 3f(1)}$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & -7 \leq x < -5 & (-7, -6) \\ x + 5 & -5 \leq x \leq 2 & (-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2) \\ x - 1 & 2 < x < 6 & (3, 4, 5) \end{cases}$$

i) $2f(-4) + 3f(2)$

$$f(x) = x + 5$$

$$f(-4) = -4 + 5 = 1$$

$$2xf(-4) = 1 \times 2$$

$$2f(-4) = 2$$

$$f(2) = 2 + 5 = 7$$

$$3 \times f(2) = 7 \times 3$$

$$3f(2) = 21$$

$$2f(-4) + 3f(2) = 2 + 21$$

$$2f(-4) + 3f(2) = 23$$

ii) $f(-7) - f(-3)$

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$f(-7) = (-7)^2 + 2x(-7) + 1$$

$$= 49 - 14 + 1$$

$$= 50 - 14$$

$$f(-7) = 36$$

$$f(x) = x + 5$$

$$f(-3) = -3 + 5$$

$$= 2$$

$$f(-3) = 2$$

$$f(-7) - f(-3) = 36 - 2$$

$$f(-7) - f(-3) = 34$$

$$\text{iii) } \frac{4f(-3)+2f(4)}{f(-6)-3f(1)}$$

$$f(x) = x + 5$$

$$f(-3) = -3 + 5 = 2$$

$$4f(-3) = 2 \times 4$$

$$4f(-3) = 8$$

$$f(x) = x - 1$$

$$f(4) = 4 - 1 = 3$$

$$2f(4) = 3 \times 2$$

$$2f(4) = 6$$

$$4f(-3) + 2f(4) = 8 + 6$$

$$4f(-3) + 2f(4) = 14$$

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$f(-6) = (-6)^2 + 2 \times (-6) + 1$$

$$= 36 - 12 + 1$$

$$= 37 - 12$$

$$f(-6) = 25$$

$$f(x) = x + 5$$

$$3f(1) = 1 + 5 = 6$$

$$3f(1) = 6 \times 3$$

$$3f(1) = 18$$

$$f(-6) - 3f(1) = 25 - 18$$

$$f(-6) - 3f(1) = 7$$

$$\frac{4f(-3)+2f(4)}{f(-6)-3f(1)} = \frac{14}{7}$$

விடை: 2

16. $A = \{ 6, 9, 15, 18, 21 \}$; $B = \{ 1, 2, 4, 5, 6 \}$ $f: A \rightarrow B$ என்பது $f(x) = \frac{x-3}{3}$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

(i) அம்புக்குறிபடம் (ii) வரிசை சோடிகளின் கணம் (iii) அட்டவணை (iv) வரைபடம் குறிக்கவும்.

தீர்வு:

$$f(x) = \frac{x-3}{3}$$

$$f(6) = \frac{6-3}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

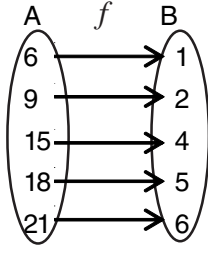
$$f(9) = \frac{9-3}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$f(15) = \frac{15-3}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$f(18) = \frac{18-3}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$$f(21) = \frac{21-3}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

i) அம்புக்குறிப்படம்



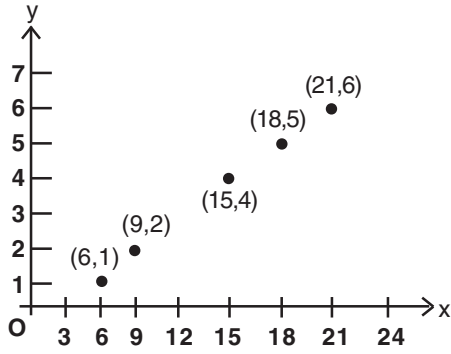
ii) வரிசை சோடிகளின் கணம்

$$f = \{(6, 1), (9, 2), (15, 4), (18, 5), (21, 6)\}$$

iii) அட்டவணை

x	6	9	15	18	21
f(x)	1	2	4	5	6

iv) வரைபடம்



17. $A = \{5, 6, 7, 8\}$, $B = \{-11, -4, 7, -1, -7, -9, -13\}$ என்க. $f = \{(x, y); y = 3-2x, x \in A, y \in B\}$

i) f ன் உறுப்பு ii) அதன் துணை மதிப்பகம் iii) வீச்சகம்

iv) எவ்வகை சார்பு

தீர்வு:

$$y = 3-2x$$

$$x = 5, y = 3-2 \times 5 = 3 - 10 = -7$$

$$x = 6, y = 3 - 2 \times 6 = 3 - 12 = -9$$

$$x = 7, y = 3 - 2 \times 7 = 3 - 14 = -11$$

$$x = 8, y = 3 - 2 \times 8 = 3 - 16 = -13$$

i) f ன் உறுப்புகள்

$$f = \{(5, -7), (6, -9), (7, -11), (8, -13)\}$$

ii) துணை மதிப்பகம் = $\{-11, 4, 7, -10, -7, -9, -13\}$

iii) வீச்சகம் = $\{-7, -9, -11, -13\}$

iv) சார்பின் வகை

ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு

2. மெய்யெண்களின் தொடர்வரிசைகளும் தொடர்களும்

1. ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் 10 மற்றும் 18வது உறுப்புகள் முறையே 41 மற்றும் 73 எனில் 27வது உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டது

$$t_{10} = 41 \Rightarrow a + 9d = 41 \text{ ---- (1)}$$

$$t_{18} = 73 \Rightarrow a + 17d = 73 \text{ ---- (2)}$$

$$(1) - (2) \Rightarrow -8d = 32$$

$$d = \frac{-32}{-8}$$

$$d = 4 \text{ ஐ (1) ல் பிரதியிட}$$

$$a + 9d = 41$$

$$a + 9 \times 4 = 41$$

$$a + 36 = 41$$

$$a = 5$$

$$a = 41 - 36$$

$$a = 5$$

$$t_{27} = a + 26d$$

$$a = 5, d = 4 \text{ எனில் } t_{27} = 5 + 26(4)$$

$$= 5 + 104$$

$$t_{27} = 109$$

2. a, b, c ஆகியன கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் இருப்பின் $\frac{1}{bc}, \frac{1}{ca}, \frac{1}{ab}$ ஆகியன ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில்

இருக்கும் என நிறுவுக.

தீர்வு:

a, b, c ஒரு A.P.

$\div abc$.

$$\frac{a}{abc}, \frac{b}{abc}, \frac{c}{abc} \text{ யும் ஒரு A.P.}$$

$$\frac{1}{bc}, \frac{1}{ca}, \frac{1}{ab} \text{ யும் ஒரு A.P.}$$

3. ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் நான்காம் உறுப்பு $\frac{2}{3}$ மற்றும் அதன் ஏழாவது உறுப்பு $\frac{16}{81}$ எனில் அப்பெருக்குத் தொடர் வரிசையை காண்க.

$$t_4 = \frac{2}{3} \Rightarrow ar^3 = \frac{2}{3} \text{ ---- (1)}$$

$$t_7 = \frac{16}{81} \Rightarrow ar^6 = \frac{16}{81} \text{ ---- (2)}$$

$$(2) \div (1) \Rightarrow \frac{ar^6}{ar^3} = \frac{16/81}{2/3}$$

$$r^{6-3} = \frac{16}{81} \times \frac{3}{2}$$

$$r^3 = \frac{8}{27}$$

$$r^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$r = \frac{2}{3} \text{ ஐ (1) ல் பிரதியிட}$$

$$ar^3 = \frac{2}{3}$$

$$a \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 2/3$$

$$a = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$$

$$a = \frac{9}{4}$$

பெருக்குத் தொடர் வரிசை = a, ar, ar²

$$\frac{9}{4}, \left(\frac{9}{4}\right)\left(\frac{2}{3}\right), \left(\frac{9}{4}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2 \dots\dots$$

4. ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் முதல் மற்றும் ஆறாவது உறுப்புகள் முறையே $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{729}$ எனில் அப்பெருக்குத் தொடர்வரிசையைக் காண்க.

$$a = \frac{1}{3}$$

$$t_6 = \frac{1}{729} \quad ar^5 = \frac{1}{729}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)r^5 = \frac{1}{729}$$

$$r^5 = \frac{1}{729} \times 3$$

$$= \frac{1}{243}$$

$$r^5 = \frac{1}{3^5}$$

$$r^5 = \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$r = \frac{1}{3}$$

பெருக்குத் தொடர் வரிசை,
= a, ar, ar²

$$= \frac{1}{3}, \left(\frac{1}{3}\right)\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^2 \dots\dots$$

$$= \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27} \dots\dots$$

5. ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையில் 4வது மற்றும் 7வது உறுப்புகள் முறையே 54 மற்றும் 1458 எனில், அத்தொடர்வரிசையைக் காண்க.

$$t_4 = 54 \Rightarrow ar^3 = 54 \quad \text{---- (1)}$$

$$t_7 = 1458 \Rightarrow ar^6 = 1458 \quad \text{---- (2)}$$

$$(2) \div (1) \frac{ar^6}{ar^3} = \frac{1458}{54}$$

$$r^3 = 27$$

$$r^3 = (3)^3$$

$$r = 3 \text{ ஐ (1) ல் பிரதியிட}$$

$$ar^3 = 54$$

$$a(3)^3 = 54$$

$$a = \frac{54}{3 \times 3 \times 3}$$

$$a = 2$$

பெருக்குத் தொடர் வரிசை a, ar, ar^2

$$= 2, (2) (3), (2) (3)^2 \dots$$

$$= 2, 6, 18 \dots$$

6. 8 ஆல் வகுபடும் அனைத்து மூன்றிலக்க இயல்எண்களின் கூடுதல் காண்க.

மூன்றிலக்க இயல் எண்கள் 100, 101, 999.

$$a = 104, d = 8, l = 992$$

படி 1 :

$$n = \left(\frac{l - a}{d} \right) + 1$$

$$= \left(\frac{992 - 104}{8} \right) + 1$$

$$= \left(\frac{888}{8} \right) + 1$$

$$= 111 + 1$$

$$n = 112$$

படி 2:

$$S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

$$S_{112} = \frac{112}{2} [104 + 992]$$

$$= 56 \times 1096$$

$$S_{112} = 61376$$

7. 9ஆல் வகுபடும் அனைத்து மூன்றிலக்க இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்.

மூன்றிலக்க எண்கள் 100, 101, ... 999.

$$a = 108, d = 9, l = 999$$

படி 1 :

$$n = \left(\frac{l - a}{d} \right) + 1$$

$$= \left(\frac{999 - 108}{9} \right) + 1$$

$$8 \begin{array}{r} 12 \\ \hline 100 + 4 = 104 \\ 8 \\ \hline 20 \\ 16 \\ \hline 4+4 \end{array}$$

$$8 \begin{array}{r} 125 \\ \hline 999 - 7 = 992 \\ 8 \\ \hline 19 \\ 16 \\ \hline 39 \\ 32 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$8 \begin{array}{r} 11 \\ \hline 100 + 8 \\ 9 \\ \hline 10 \\ 9 \\ \hline 1+8 \end{array}$$

$$8 \begin{array}{r} 111 \\ \hline 999 - 0 \\ 9 \\ \hline 9 \\ 9 \\ \hline 9 \\ 9 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{891}{9}\right) + 1 \\
&= 99 + 1 \\
n &= 100
\end{aligned}$$

படி 2:

$$\begin{aligned}
S_n &= \frac{n}{2}[a + \ell] \\
S_{100} &= \frac{100}{2}[108 + 999] \\
&= 56 \times 1107 \\
S_{100} &= 55350
\end{aligned}$$

8. 300க்கும் 500க்கும் இடையேயுள்ள 11 ஆல் வகுபடும் அனைத்து இயல் எண்களின் கூட்டற்பலனைக் காண்க.
 $a = 308, d = 11, l = 495$

படி 1 :

$$\begin{aligned}
n &= \left(\frac{\ell - a}{d}\right) + 1 \\
&= \left(\frac{495 - 308}{11}\right) + 1 \\
&= \left(\frac{187}{11}\right) + 1 \\
&= 17 + 1 \\
n &= 18
\end{aligned}$$

படி 2:

$$\begin{aligned}
S_n &= \frac{n}{2}[a + \ell] \\
S_{18} &= \frac{18}{2}[308 + 495] \\
&= 9 \times 803 \\
S_{18} &= 7227
\end{aligned}$$

9. 100க்கும் 200க்கும் இடையேயுள்ள 5ஆல் வகுபடாத அனைத்து இயல் எண்களின் கூட்டற்பலனைக் காண்க.
5ஆல் வகுபடும் இயல் எண்களின் கூடுதல் $105 + 110 + \dots + 195, a = 105, d = 5, \ell = 195$

படி 1 :

$$\begin{aligned}
n &= \left(\frac{\ell - a}{d}\right) + 1 \\
&= \left(\frac{195 - 105}{5}\right) + 1 \\
&= \left(\frac{90}{5}\right) + 1 \\
&= 18 + 1 \\
n &= 19 \\
S_n &= \frac{n}{2}[a + \ell] \\
S_{19} &= \frac{19}{2}[105 + 195]
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
27 \\
11 \overline{) 300 + 8 = 308} \\
\underline{22} \\
80 \\
\underline{77} \\
3+8
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
45 \\
11 \overline{) 499 - 4 = 495} \\
\underline{44} \\
59 \\
\underline{55} \\
4
\end{array}$$

$$= 19 \times 150$$

$$S_{19} = 2850$$

படி 2 :

இயல் எண்களின் கூடுதல் $101 + 102 + \dots + 199$

$$\sum n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$101 + 102 + \dots + 199 = (1 + 2 + \dots + 199) - (1 + 2 + \dots + 100)$$

$$= \frac{199 \times 200}{2} - \frac{100 \times 101}{2}$$

$$= 19900 - 5050$$

$$= 14850$$

படி 3:

$$5\text{ஆல் வகுபடாத எண்களின் கூடுதல்} = 14850 - 2850$$

$$= 12000$$

10. $6 + 66 + 666 + \dots$ எனும் தொடரில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்.

$$S_n = 6 + 66 + 666 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}$$

$$= 6(1 + 11 + 111 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை})$$

$$= \frac{6}{9}(9 + 99 + 999 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை})$$

$$= \frac{2}{3}[(10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}]$$

$$= \frac{2}{3}[(10 + 100 + 1000 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}) - n]$$

$$a = 10, r = 10 > 1$$

$$= \frac{2}{3} \left[\frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n \right]$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{10(10^n - 1)}{10 - 1}$$

$$S_n = \frac{2}{3} \left[\frac{10(10^n - 1)}{9} - n \right]$$

11. $7 + 77 + 777 + \dots$ எனும் தொடரில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்.

$$S_n = 7 + 77 + 777 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}$$

$$= 7(1 + 11 + 111 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை})$$

$$= \frac{7}{9}(9 + 99 + 999 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை})$$

$$= \frac{7}{9}[(10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}]$$

$$= \frac{7}{9}[(10 + 100 + 1000 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}) - n]$$

$$a = 10, r = 10 > 1$$

$$= \frac{7}{9} \left[\frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n \right]$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{10(10^n - 1)}{10 - 1}$$

$$S_n = \frac{7}{9} \left[\frac{10(10^n - 1)}{9} - n \right]$$

12. $1 + 11 + 111 + \dots$ 20 உறுப்புகள் வரை எனும் தொடரின் கூடுதல் காண்.

$$S_n = 1 + 11 + 111 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}$$

$$= \frac{1}{9}(9 + 99 + 999 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை})$$

$$= \frac{1}{9}[(10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}]$$

$$= \frac{1}{9} [(10 + 100 + 1000 + \dots + 10^n) - n]$$

$$S_n = \frac{1}{9} \left[\frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n \right] \quad a = 10, r = 10 > 1$$

$$S_{20} = \frac{1}{9} \left[\frac{10(10^{20} - 1)}{10 - 1} - 20 \right]$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$= \frac{1}{9} \left[\frac{10(10^{20} - 1)}{9} - 20 \right]$$

$$S_{20} = \left[\frac{10}{81} (10^{20} - 1) - \frac{20}{9} \right]$$

13. கூடுதல் காண் $16^2 + 17^2 + 18^2 + \dots + 25^2$

$$\sum n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$16^2 + 17^2 + 18^2 + \dots + 25^2 = (1^2 + 2^2 + \dots + 25^2) - (1^2 + 2^2 + \dots + 15^2)$$

$$= \frac{25 \times 26 \times 51}{6} - \frac{15 \times 16 \times 31}{6}$$

$$= 25 \times 13 \times 17 - 5 \times 8 \times 31$$

$$= 5525 - 1240$$

$$= 4285$$

14. கூடுதல் காண் $16^2 + 17^2 + \dots + 35^2$

$$\sum n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$16^2 + 17^2 + \dots + 35^2 = (1^2 + 2^2 + \dots + 35^2) - (1^2 + 2^2 + \dots + 15^2)$$

$$= \frac{35 \times 36 \times 71}{6} - \frac{15 \times 16 \times 31}{6}$$

$$= 35 \times 6 \times 17 - 5 \times 8 \times 31$$

$$= 14910 - 1240$$

$$= 13670$$

15. 11 செ.மீ, 12 செ.மீ, 13 செ.மீ 24 செ.மீ ஆகியவற்றை முறையே பக்க அளவுகளாகக் கொண்ட 14 சதுரங்களின் மொத்தப்பரப்பு காண்க.

$$\text{பரப்பு} = 11^2 + 12^2 + 13^2 + \dots + 24^2$$

$$\sum n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$11^2 + 12^2 + 13^2 + \dots + 24^2 = (1^2 + 2^2 + \dots + 24^2) - (1^2 + 2^2 + \dots + 10^2)$$

$$= \frac{24 \times 25 \times 49}{6} - \frac{10 \times 11 \times 21}{6}$$

$$= 4 \times 25 \times 49 - 5 \times 11 \times 7$$

$$= 4900 - 385$$

$$= 4515$$

$$\text{பரப்பு} = 4515 \text{ செ.மீ}^2$$

16. 12 செ.மீ, 13 செ.மீ..... 23 செ.மீ ஆகியவற்றை முறையே பக்க அளவுகளாகக் கொண்ட 12 சதுரங்களின் மொத்தப்பரப்பளவுக் காண்க.

தீர்வு :

$$\text{பரப்பு} = 12^2 + 13^2 + 14^2 + \dots + 23^2$$

$$\sum n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$12^2 + 13^2 + \dots + 23^2 = (1^2 + 2^2 + \dots + 23^2) - (1^2 + 2^2 + \dots + 11^2)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{23 \times 24 \times 47}{6} - \frac{11 \times 12 \times 23}{6} \\ &= 23 \times 4 \times 47 - 22 \times 23 \\ &= 4324 - 506 \\ &= 3818 \end{aligned}$$

பரப்பு = 3818 செ.மீ².

17. 16 செ.மீ, 17 செ.மீ, 18 செ.மீ..... 30 செ.மீ ஆகியனவற்றை முறையே பக்க அளவுகளாகக் கொண்ட 15 கனச்சதுரங்களின் கன அளவுகளின் கூடுதல் காண்க.
தீர்வு :

$$\text{கனஅளவு} = 16^3 + 17^3 + 18^3 + \dots + 30^3$$

$$\sum n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

$$16^3 + 17^3 + 18^3 + \dots + 30^3 = (1^3 + 2^3 + \dots + 30^3) - (1^3 + 2^3 + \dots + 15^3)$$

$$= \left(\frac{30 \times 31}{2} \right)^2 - \left(\frac{15 \times 16}{2} \right)^2$$

$$= (15 \times 31)^2 - (15 \times 8)^2$$

$$= (465)^2 - (120)^2$$

$$= (465 + 120)(465 - 120)$$

$$= 585 \times 345$$

$$\text{கன அளவு} = 201825 \text{ செ.மீ}^3$$

18. ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் 6 மற்றும் அவற்றின் பெருக்குத் தொகை -120 எனில் அம்மூன்று எண்களைக் காண்க.

a - d, a, a+d என்பன கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் மூன்று உறுப்புகள் என்க.

$$\text{கூடுதல்} = 6$$

$$a - d + a + a + d = 6$$

$$3a = 6$$

$$a = 6/3$$

$$a = 2$$

பெருக்குத் தொகை = -120

$$(a-d)(a)(a+d) = -120$$

$$(a^2 - d^2)a = -120$$

a = 2 ஐ பிரதியிட

$$(2^2 - d^2)2 = -120$$

$$4 - d^2 = \frac{-120}{2}$$

$$-d^2 = -60 - 4$$

$$d^2 = 64$$

$$d = \sqrt{8 \times 8}$$

$$d = \pm 8$$

a = 2 மற்றும் d = 8 எனில்

மூன்று எண்கள் = 2 - 8, 2, 2+8 (அல்லது) = -6, 2 10

a = 2 மற்றும் d = -8 எனில்

மூன்று எண்கள் = 2 - (-8), 2, 2 - 8 = 10, 2, -6

19. $5 + 11 + 17 + \dots + 95$ என்ற தொடரின் கூடுதல் காண்.

$$a = 5, d = 11 - 5 = 6; \ell = 95$$

படி 1:

$$\begin{aligned} n &= \left(\frac{\ell - a}{d} \right) + 1 \\ &= \left(\frac{95 - 5}{6} \right) + 1 \\ &= \left(\frac{90}{6} \right) + 1 \\ &= 15 + 1 \\ n &= 16 \end{aligned}$$

படி 2:

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2} [a + \ell] \\ S_{16} &= \frac{16}{2} [5 + 95] \\ &= 7 \times 100 \\ S_{16} &= 800 \end{aligned}$$

3. இயற்கணிதம்

1. நீக்கல் முறையை பயன்படுத்தித் தீர்க்க $101x + 99y = 499$, $99x + 101y = 501$

$$101x + 99y = 499 \quad \text{--- (1)}$$

$$99x + 101y = 501 \quad \text{--- (2)}$$

$$(1)+(2) \quad 200x + 200y = 1000$$

$$\div 200$$

$$x + y = 5 \quad \text{--- (3)}$$

$$(1)-(2) \quad 2x - 2y = -2$$

$$\div 2$$

$$x - y = -1 \quad \text{--- (4)}$$

$$(3)+(4) \quad 2x = 4$$

$$x = 4/2 = 2$$

(1) ல் பிரதியிட

$$2 + y = 5$$

$$y = 5 - 2$$

$$y = 3$$

$$x = 2$$

$$y = 3$$

2. காரணிப்படுத்துக : $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

1	1	-2	-5	6	
	0	1	-1	-6	
3	1	-1	-6	0	(x-1) காரணி
	0	3	6		
	1	2	0		(x-3) காரணி

(x+2) காரணி

(x - 1), (x - 3), (x+2) காரணிகள் ஆகும்.

3. காரணிப்படுத்துக $4x^3 - 7x + 3$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 4 & 0 & -7 & 3 \\ & 0 & 4 & 4 & -3 \\ \hline & 4 & 4 & -3 & 0 \end{array} \quad (x-1) \text{ காரணி}$$

$$4x^2 + 4x - 3 = (2x + 3)(2x - 1) \text{ காரணிகள்}$$

$\therefore (x-1), (2x-1), (2x+3)$ காரணிகள்.

4. காரணிப்படுத்துக: $x^3 - 7x + 6$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -7 & 6 \\ & 0 & 1 & 1 & -6 \\ \hline 2 & 1 & 1 & -6 & 0 \\ & 0 & 2 & 6 & \\ \hline & 1 & 3 & 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l} (x-1) \text{ காரணி} \\ (x-2) \text{ காரணி} \end{array}$$

$(x+3)$ is a factor

$\therefore (x-1), (x-2), (x+3)$ are factors.

5. காரணிப்படுத்துக: $x^3 - 3x^2 - 10x + 24$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -3 & -10 & 24 \\ & 0 & 2 & -2 & -24 \\ \hline -3 & 1 & -1 & -12 & 0 \\ & 0 & -3 & 12 & \\ \hline & 1 & -4 & 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l} (x-2) \text{ காரணி} \\ (x+3) \text{ காரணி} \end{array}$$

$(x-4)$ காரணி

$(x-2), (x+3), (x-4)$ காரணிகள்

(குறிப்பு: ஒரு காரணி கண்டபின், ஏனையவற்றை காரணிப்படுத்த இயலவில்லையெனில் அப்படியே எழுதவும் பயிற்சி 3.5ல் உள்ள IV, VIII மற்றும் XI இந்த வகையைச் சாரும்)

6. $P = \frac{x}{x+y}, Q = \frac{y}{x+y}$ எனில் $\frac{1}{P-Q} - \frac{2Q}{P^2-Q^2}$ காண்க.

$$\begin{aligned} \frac{1}{P-Q} - \frac{2Q}{P^2-Q^2} &= \frac{1}{P-Q} - \frac{2Q}{(P+Q)(P-Q)} \\ &= \frac{P+Q-2Q}{(P+Q)(P-Q)} \\ &= \frac{P-Q}{(P+Q)(P-Q)} \\ &= \frac{1}{P+Q} \\ &= \frac{1}{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y}} \\ &= \frac{1}{\frac{x+y}{x+y}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

7. வர்க்க மூலம் காண்க $(x^2 - 25)(x^2 + 8x + 15)(x^2 - 2x - 15)$
 $= (x + 5)(x - 5)(x + 3)(x + 5)(x - 5)(x + 3)$
 $= (x+5)^2(x-5)^2(x+3)^2$

வர்க்க மூலம் = $|(x + 5)(x - 5)(x + 3)|$

8. வர்க்க மூலம் காண்க $9x^4 + 12x^3 + 10x^2 + 4x + 1$

		3	2	1		
3	9	12	10	4	1	
	9					
6	2	12	10			
		12	4			
6	4	1				
		6	4	1		
			6	4	1	
						0

வர்க்க மூலம் = $|3x^2 + 2x + 1|$

9. வர்க்க மூலம் காண்க $x^4 - 10x^3 + 37x^2 - 60x + 36$

		1	-5	6		
1	1	-10	37	-60	36	
	1					
2	-5	-10	37			
		-10	25			
2	-10	6	12	-60	36	
			12	-60	36	
						0

வர்க்க மூலம் = $|x^2 - 5x + 6|$

10. வர்க்க மூலம் காண்க $4 + 25x^2 - 12x - 24x^3 + 16x^4$

திட்ட அமைப்பில் எழுத

$16x^4 - 24x^3 + 25x^2 - 12x + 4$

		4	-3	2		
4	16	-24	25	-12	4	
	16					
8	-3	-24	25			
		-24	9			
8	-6	2	16	-12	4	
			16	-12	4	
						0

வர்க்க மூலம் = $|4x^2 - 3x + 2|$

11. $m - nx + 28x^2 + 12x^3 + 9x^4$ ஆனது ஒரு முழு வர்க்கம் எனில் m, n காண்க.

இறங்கு வரிசையில் எழுத

$9x^4 + 12x^3 + 28x^2 - nx + m$

		3	2	4		
3	9	12	28	-n	m	
	9					
6	2	12	28			
		12	4			
6	4	4	24	-n	m	
			24	16	16	
						0

முழு வர்க்கம் ஆதலால், $m = 16, n = -16$

12. $ax^4 - bx^3 + 40x^2 + 24x + 36$ ஒரு முழு வர்க்கம் எனில் a மற்றும் b காண்க.

ஏறுவரிசையில் எழுத

$$36 + 24x + 40x^2 - bx^3 + ax^4$$

	6	2	3					
6	36	24	40	-b	a			
	36							
12 2		24	40					
		24	4					
12 4 3				36	-b	a		
				36	12	9		
								0

முழு வர்க்கம் ஆதலால் $a = 9$

$b = -12$

13. ஒரு எண் அதன் தலைகீழி ஆகியவற்றின் கூடுதல் $5\frac{1}{5}$ எனில் அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு :

அந்த எண் = x

தலைகீழி = $1/x$

$$\text{கூடுதல்} = 5\frac{1}{5}$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{26}{5}$$

$$\frac{x^2 + 1}{x} = \frac{26}{5}$$

$$5(x^2 + 1) = 26x$$

$$5x^2 + 5 - 26x = 0$$

$$5x^2 - 26x + 5 = 0$$

$$(5x - 1)(x - 5) = 0$$

$$5x - 1 = 0 \quad \text{or} \quad x = 5$$

$$x = 1/5 \quad \text{or} \quad x = 5$$

$$x = \{1/5, 5\}$$

14. சமன்பாடு $(1+m^2)x^2 + 2mcx + c^2 - a^2 = 0$ ன் மூலங்கள் சமம் எனில் $c^2 = a^2(1+m^2)$ என நிறுவுக.

$$\text{சமன்பாடு } (1+m^2)x^2 + 2mcx + c^2 - a^2 = 0$$

$$a = 1 + m^2, \quad b = 2mc, \quad c = c^2 - a^2$$

$$\text{மூலங்கள் சமம்} = b^2 - 4AC = 0$$

$$(2mc)^2 - 4(1+m^2)(c^2 - a^2) = 0$$

$$4m^2c^2 - 4(c^2 - a^2 + m^2c^2 - m^2a^2) = 0$$

$$4m^2c^2 - 4c^2 + 4a^2 - 4m^2c^2 + 4m^2a^2 = 0$$

$$-4c^2 = -4a^2 - 4m^2a^2 = 0$$

$$\div -4$$

$$c^2 = a^2 + m^2a^2$$

$$c^2 = a^2(1+m^2)$$

$$\therefore c^2 = a^2(1+m^2) \text{ நிரூபிக்கப்பட்டது}$$

குறிப்பு: பயிற்சி 3.5 மற்றும் 3.13 முழுவதும் பார்க்கவும்.

4. அணிகள்

1. $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ மற்றும் $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ அணிப்பெருக்கலைப் பொருத்து ஒன்றுக்கொன்று நேர்மாறு அணி என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-5 & -15+15 \\ 2-2 & -5+6 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-5 & 10-10 \\ -3+3 & -5+6 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

நேர்மாறு அணியாகும்.

2. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$ ஒன்றுக்கொன்று பெருக்கல் நேர்மாறு அணி என நிறுவுக.

தீர்வு :

$$AB = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 15-14 & -10+10 \\ 21-21 & -14+15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

$$BA = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 15-14 & 6-6 \\ -35+35 & -14+15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

நேர்மாறு அணியாகும்

3. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் AB , BA காண். அவை சமமாக இருக்குமா?

தீர்வு:

$$AB = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 9+6 & 0+4 \\ 12+0 & 0+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 4 \\ 12 & 0 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 9+0 & 6+0 \\ 9+8 & 6+0 \end{pmatrix} =$$

$$BA = \begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 18 & 6 \end{pmatrix}$$

$$AB \neq BA$$

4. $A = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = (1 \ 3 \ -6)$ எனில் $(AB)^T = B^T A^T$ நிறுவுக.

தீர்வு:

$$AB = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} (1 \ 3 \ -6)$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & -6 & 12 \\ 4 & 12 & -24 \\ 5 & 15 & -30 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 5 \\ -6 & 12 & 15 \\ 12 & -24 & -30 \end{pmatrix} \text{ ---- (1)}$$

$$B^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$A^T = (-2 \ 4 \ 5)$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} (-2 \ 4 \ 5)$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 4 & 5 \\ -6 & 12 & 15 \\ 12 & -24 & -30 \end{pmatrix} \text{ --- (2)}$$

$(AB)^T = B^T A^T$ சரிபார்க்கப்பட்டது.

5. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ எனில் $(AB)^T = B^T A^T$ சரிபார்.

தீர்வு:

$$AB = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 10-2 & -5+2 \\ 14-3 & -7+3 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 8 & -3 \\ 11 & -4 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} 8 & 11 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \text{ ---- (1)}$$

$$B^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 10-2 & 14-3 \\ -5+2 & -7+3 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 8 & 11 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \quad \text{----- (2)}$$

$$(1) = (2)$$

$(AB)^T = B^T A^T$ சரிபார்க்கப்பட்டது.

6. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ எனில் $A^2 - 4A + 5I_2 = 0$ நிறுவுக.

தீர்வு

$$A^2 = A \times A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-2 & -1-3 \\ 2+6 & -2+9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$$

$$4A = 4 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 8 & 12 \end{pmatrix}$$

$$5I_2 = 5 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - 4A + 5I_2 = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 8 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1-4+5 & -4+4+0 \\ 8-8+0 & 7-12+5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$A^2 - 4A + 5I_2 = 0$ நிறுவப்பட்டது.

7. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$ எனில் $A(B+C) = AB + AC$ என்பதை சரிபார்.

தீர்வு:

$$B + C = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 1 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
A(B+C) &= \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 1 & 10 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -3+2 & 18+20 \\ 1+4 & -6+40 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -1 & 38 \\ 5 & 34 \end{pmatrix} \quad \text{---- (1)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
AB &= \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -6+12 & 15+14 \\ 2+24 & -5+28 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 6 & 29 \\ 26 & 23 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

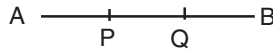
$$\begin{aligned}
AC &= \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 3-10 & 3+6 \\ -1-20 & -1+12 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ -21 & 11 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
AB + AC &= \begin{pmatrix} 6 & 29 \\ 26 & 23 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ -21 & 11 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -1 & 38 \\ 5 & 34 \end{pmatrix} \quad \text{---- (2)}
\end{aligned}$$

$A(B+C) = AB + AC$ சரிபார்க்கப்பட்டது

5. ஆயத்தொலைவடிவியல்

1. $A(2,-2)$ மற்றும் $B(-7, 4)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை மூன்று சமபாகங்களாகப் பிரிக்கும் புள்ளிகளைக் காண்க.



P, Q என்பன கோட்டுத்துண்டு AB ஐ மூன்று சமபாகங்களாக $AP = PQ = QB$ என்றவாறு பிரிக்கும் புள்ளிகள் என்க. ஆகவே P என்பது AB ஐ $1 : 2$ என்ற விகிதத்திலும் Q என்பது AB யை $2 : 1$ என்ற விகிதத்திலும் உட்புறமாக பிரிக்கின்றன, பிரிவு சூத்திரத்தின் படி

$$\begin{aligned}
P &= \left(\frac{1 \times (-7) + (2 \times 2)}{1+2}, \frac{(1 \times 4) + 2(-2)}{1+2} \right) \\
&= \left(\frac{-7+4}{3}, \frac{4-4}{3} \right) = (-1, 0)
\end{aligned}$$

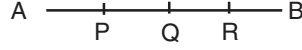
ஆகவே புள்ளி P என்பது $(-1, 0)$ ஆகும்.

$$\begin{aligned}\text{மேலும் Q} &= \left(\frac{2 \times (-7) + (1 \times 2)}{2+1}, \frac{(2 \times 4) + 1 \times (-2)}{2+1} \right) \\ &= (-4, 2)\end{aligned}$$

ஆகவே புள்ளி Q என்பது (-4, 2) ஆகும்.

2. A (-4, 0) மற்றும் (0,6) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை நான்கு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கும் புள்ளிகளைக் காண்க.

P,Q,R என்பன AB என்ற கோட்டுத்துண்டை நான்கு சமபாகங்களாக பிரிக்கும் புள்ளிகள் என்க.



Q என்பது AB ன் மையப்புள்ளி

$$\text{எனவே Q} = \left(\frac{-4+0}{2}, \frac{0+6}{2} \right) = (-2, 3)$$

P என்பது AQ ன் மையப்புள்ளி

$$P = \left(\frac{-4-2}{2}, \frac{0+3}{2} \right)$$

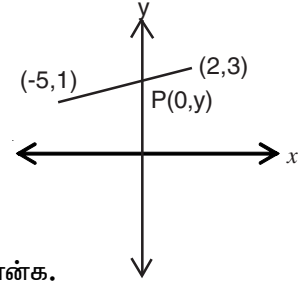
$$P = \left(\frac{-6}{2}, \frac{3}{2} \right) = \left(-3, \frac{3}{2} \right)$$

R என்பது QB ன் மையப்புள்ளி

$$R = \left(\frac{-2+0}{2}, \frac{3+6}{2} \right) = \left(-1, \frac{9}{2} \right)$$

ஆகவே தேவையான புள்ளிகள் $P = \left(-3, \frac{3}{2} \right)$ $Q = (-2, 3)$ $R = \left(-1, \frac{9}{2} \right)$.

3. (-5, 1) மற்றும் (2, 3) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை y அச்சு பிரிக்கும் விகிதத்தையும் மற்றும் பிரிக்கும் புள்ளியையும் காண்க.



A (-5, 1) மற்றும் B(2, 3) என்பன கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள்

P (0, y) என்பது ABயை l: m என்ற விகிதத்தில் உட்புறமாக பிரிக்கிறது என்க.

$$P(0, y) = P \left(\frac{(l \times 2) + (m \times (-5))}{l+m}, \frac{(l \times 3) + (m \times 1)}{l+m} \right) \text{ ---- (1)}$$

$$P(0, y) = P \left(\frac{2l - 5m}{l+m}, \frac{3l + m}{l+m} \right) \text{ ---- (1)}$$

x அச்சுத்தொலைவுகளை சமப்படுத்த

$$\frac{2l - 5m}{l+m} = 0 \Rightarrow 2l - 5m = 0 \Rightarrow \frac{l}{m} = \frac{5}{2}$$

எனவே தேவையான விகிதம் l:m = 5:2 மேலும் I லிருந்து நாம் பெறுவது

$$P(0, y) = P \left(0, \frac{(5 \times 3) + (2 \times 1)}{5+2} \right)$$

$$= P \left(0, \frac{17}{7} \right)$$

ஆகவே, y அச்ச பிரிக்கும் புள்ளி $\left(0, \frac{17}{7} \right)$ ஆகும்,

$$l : m = 5 : 2 \text{ மற்றும் } P(0, y) = P \left(0, \frac{17}{7} \right)$$

4. ஒரு முக்கோணத்தின் முனைகள் $(1, -1)$, $(0, 4)$ மற்றும் $(-5, 3)$ எனில் அம்முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகளின் நீளங்களைக் கணக்கிடவும்.

தீர்வு:

A $(1, -1)$, B $(0, 4)$ C $(-5, 3)$ என்பன முக்கோணத்தின் உச்சிகள் D, E, F என்பன முறையே BC, AC, AB ன் மையப்புள்ளிகள் என்க.

$$\text{எனவே BCன் மையப்புள்ளி D} = \left(\frac{0-5}{2}, \frac{4+3}{2} \right) = D \left(\frac{-5}{2}, \frac{7}{2} \right)$$

$$\text{ACன் மையப்புள்ளி E} = \left(\frac{1-5}{2}, \frac{-1+3}{2} \right) = E (-2, 1)$$

$$\text{ABன் மையப்புள்ளி F} = \left(\frac{1+0}{2}, \frac{-1+4}{2} \right) = F \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$$

$$\text{ஆகவே நடுக்கோடு ADன் நீளம் AD} = \sqrt{\left(1 + \frac{5}{2} \right)^2 + \left(-1 - \frac{7}{2} \right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{7}{2} \right)^2 + \left(\frac{-9}{2} \right)^2} = \sqrt{\frac{49}{4} + \frac{81}{4}} = \sqrt{\frac{130}{4}}$$

$$\text{நடுக்கோடு BEன் நீளம்} = \sqrt{(2-0)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$\text{நடுக்கோடு CFன் நீளம்} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} + 5 \right)^2 + \left(\frac{3}{2} - 3 \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{11}{2} \right)^2 + \left(\frac{-3}{2} \right)^2} = \sqrt{\frac{121}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{130}{4}}$$

ஆகவே $\triangle ABC$ ன் நடுக்கோடுகளின் நீளங்கள் $\frac{\sqrt{130}}{2}$, $\sqrt{13}$, $\frac{\sqrt{130}}{2}$ ஆகும்.

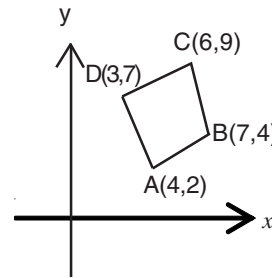
5. $(6, 9)$, $(7, 4)$, $(4, 2)$ மற்றும் $(3, 7)$ ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை கடிக்கார முன்னோட்ட திசைக்கு எதிர்த்திசையில் அமையுமாறு வரிசையாக படத்தில் குறிக்கவும்

A $(4, 2)$, B $(7, 4)$, C $(6, 9)$, D $(3, 7)$.

நாற்கரம் ABCDன் பரப்பு

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{cccc} 4 & 7 & 6 & 3 \\ 2 & 4 & 9 & 7 \end{array} \right\} \\ &= \frac{1}{2} [(16 + 63 + 42 + 6) - (14 + 24 + 27 + 28)] \\ &= \frac{1}{2} [127 - 93] \\ &= \frac{1}{2} \times 34 \\ &= 17 \end{aligned}$$

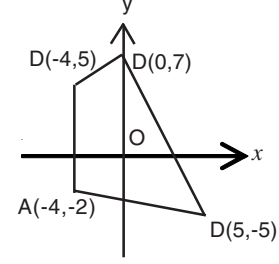


ஆகவே நாற்கரம் ABCD ன் பரப்பு 17 ச.அலகுகள்

6. $(-4, 5)$ $(0, 7)$ $(5, -5)$ மற்றும் $(-4, -2)$ முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரங்களின் பரப்பளவு காண்.
கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை கடிசார முள்ளோட்ட திசைக்கு எதிர்த்திசையில் அமையுமாறு வரிசையாக படத்தில் குறிக்கவும்.

$A(-4, 5)$ $B(0, 7)$ $C(5, -5)$ $D(-4, -2)$ என்க. நாற்கரம் ABCD ன் பரப்பு.

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} -4 & 5 & 0 & -4 & -4 \\ -2 & -5 & 7 & 5 & -2 \end{Bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} [(20+35+0+8) - (-10+0-28-20)] \\ &= \frac{1}{2} [63 + 58] \\ &= \frac{1}{2} \times 121 \\ &= 60.5 \end{aligned}$$



ஆகவே, நாற்கரம் ABCDன் பரப்பு 60.5 ச.அலகுகள்.

7. $(2, -5)$ $(3, -4)$ மற்றும் $(9, k)$ ஒரு கோடமை எனில் k ன் மதிப்பைக் காண்.

$A(2, -5)$ $B(3, -4)$ $C(9, k)$ என்பன கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் என்க.

மூன்று புள்ளிகளும் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைவதால் ΔABC ன் பரப்பு பூச்சியம் ஆகும்.

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 9 & 2 \\ -5 & -4 & k & 5 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Delta = \frac{1}{2} [(-8 + 3k - 45) - (-15 - 36 + 2k)] = 0$$

$$\Delta = \frac{1}{2} [-53 + 3k + 51 - 2k] = 0$$

$$\Delta = -2 + k = 0$$

$$k - 2 = 0$$

$$k = 2$$

ஆகவே k ன் மதிப்பு 2.

8. ஒரு முக்கோணத்தின் முனைகள் $(0, -1)$, $(2, 1)$ மற்றும் $(0, 3)$ எனில் இதன் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளை இணைத்து உருவாக்கும் முக்கோணத்தின் பரப்பு காண். மேலும் இச்சிறிய முக்கோணத்தின் பரப்பளவிற்கும் கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் பரப்பளவிற்கு உள்ள விகிதத்தைக் காண்.

$A(0, -1)$ $B(2, 1)$ மற்றும் $C(0, 3)$ என்பன முக்கோணத்தின் உச்சிகள் மேலும் D, E, F என்பன முறையே BC, CA மற்றும் AB ன் நடுப்புள்ளிகள் என்க.

$$BC \text{ ன் நடுப்புள்ளி } D = \left(\frac{2+0}{2}, \frac{1+3}{2} \right) = D(1, 2)$$

$$AC \text{ ன் நடுப்புள்ளி } E = \left(\frac{0+0}{2}, \frac{3-1}{2} \right) = E(0, 1)$$

$$AB \text{ ன் நடுப்புள்ளி } F = \left(\frac{0+2}{2}, \frac{-1+1}{2} \right) = F(1, 0)$$

$$\Delta DEF \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(1+0+2) - (0+1+0)] = 1 \text{ ச.அலகுகள்}$$

$$\begin{aligned}\Delta ABC \text{ன் பரப்பு} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} [(6+0+0)-(0+0-2)] \\ &= 4 \text{ ச.அலகுகள்}\end{aligned}$$

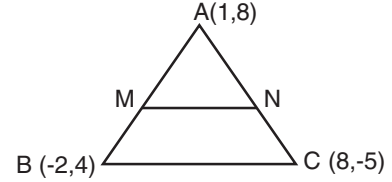
ஆகவே ΔDEF மற்றும் ΔABC ன் பரப்புகளின் விகிதம் 1 : 4 ஆகும்.

9. ΔABC ன் முனைகள் $A(1, 8)$, $B(-2, 4)$, $C(8, -5)$. மேலும் M , N என்பன முறையே AB , AC இவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் எனில் MN ன் சாய்வைக் காண். இதைக்கொண்டு MN மற்றும் BC ஆகிய நேர்க்கோடுகள் இணை எனக் காட்டுக.

$A(1, 8)$, $B(-2, 4)$, $C(8, -5)$ என்பன முக்கோணத்தின் முனைகள்

$$\begin{aligned}AB \text{ ன் நடுப்புள்ளி } M &= \left(\frac{1-2}{2}, \frac{8+4}{2} \right) \\ &= \left(\frac{-1}{2}, 6 \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}AC \text{ ன் நடுப்புள்ளி } N &= \left(\frac{1+8}{2}, \frac{-5+8}{2} \right) \\ N &= \left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2} \right)\end{aligned}$$



$$MN \text{ ன் சாய்வு } M_1 = \frac{\frac{3}{2}-6}{\frac{9}{2}-\frac{-1}{2}} = \frac{\frac{3-12}{2}}{\frac{10}{2}} = \frac{-9}{10} \text{ ----- I}$$

$$BC \text{ ன் சாய்வு } M_2 = \frac{-5-4}{8+2} = \frac{-9}{10} \text{ --- II}$$

I மற்றும் II லிருந்து $M_1 = M_2$

ஆகவே, நேர்க்கோடுகள் BC மற்றும் MN ஆகியவை இணையாகும்.

10. $(6, 7)$, $(2, -9)$ மற்றும் $(-4, 1)$ ஆகியன ஒரு முக்கோணத்தின் முனைகள் எனில் முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகளின் சாய்வுகளைக் காண்க.

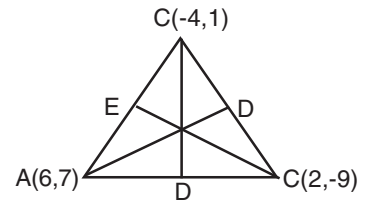
$A(6, 7)$, $B(2, -9)$ மற்றும் $C(-4, 1)$ ஆகியவை முக்கோணத்தின் முனைகள்

மேலும் D, E, F என்பன முறையே BC, CA மற்றும் AB ன் நடுப்புள்ளிகள் என்க. ஆகவே AD, BE மற்றும் CF ஆகியவை ΔABC நடுக்கோடுகளாகும்.

$$\begin{aligned}BC \text{ ன் நடுப்புள்ளி } D &= \left(\frac{2-4}{2}, \frac{-9+1}{2} \right) \\ &= (-1, -4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}CA \text{ ன் நடுப்புள்ளி } E &= \left(\frac{-4+6}{2}, \frac{1+7}{2} \right) \\ E &= (1, 4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}AB \text{ ன் நடுப்புள்ளி } F &= \left(\frac{6+2}{2}, \frac{7-9}{2} \right) \\ F &= (4, -1)\end{aligned}$$



$$\text{எனவே } AD \text{ ன் சாய்வு} = \frac{-4-7}{-1-6} = \frac{-11}{-7} = \frac{11}{7}$$

$$BE \text{ன் சாய்வு} = \frac{4+9}{1-2} = \frac{13}{-1} = -13$$

$$CF \text{ன் சாய்வு} = \frac{-1-1}{4+4} = \frac{-2}{8} = \frac{-1}{4}$$

ஆகவே, நடுக்கோடுகளின் சாய்வுகள் $\frac{11}{7}$, -13 , $\frac{-1}{4}$.

11. A (-2, 3), B (a, 5) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோடு மற்றும் C (0, 5) D (-2, 1) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோடு ஆகியன இணைக்கோடுகள் எனில் 'a' ன் மதிப்பு காண்.

நேர்க்கோடுகள் AB மற்றும் CD இணை என்பதால் அதன் சாய்வுகள் சமம்.

ஆகவே AB ன் சாய்வு = CD ன் சாய்வு

$$AB \text{ன் சாய்வு} = \frac{5-3}{a+2} = \frac{2}{a+2}$$

$$CD \text{ ன் சாய்வு} = \frac{1-5}{-2-0} = \frac{-4}{-2} = 2$$

AB ன் சாய்வு = CD ன் சாய்வு

$$\frac{2}{a+2} = 2$$

$$a + 2 = 1$$

$$a = 1 - 2$$

$$a = -1$$

ஆகவே, a ன் மதிப்பு -1

12. (2, 2) என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும், வெட்டுத்துண்டுகளின் கூடுதல் 9 ஆகவும் கொண்ட நேர்க்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்.

தீர்வு:

a, b என்பன முறையே நேர்க்கோட்டின் x மற்றும் y ன் வெட்டுத்துண்டுகள் என்க.

ஆகவே $a + b = 9$ அல்லது $b = 9 - a$

$$\text{வெட்டுத்துண்டு அமைப்பிலான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டின் படி} \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad \text{---- I}$$

$$\text{இக்கோடு (2, 2) என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதால் நாம் பெறுபது} \quad \frac{2}{a} + \frac{2}{9-a} = 1$$

$$\Rightarrow a^2 - 9a + 18 = 0$$

$$\Rightarrow (a - 6)(a - 3) = 0$$

$$a = 6 \text{ அல்லது } a = 3$$

$$a = 3 \text{ எனும் போது} \quad \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 1 \Rightarrow 2x + y - 6 = 0$$

$$a = 6 \text{ எனும் போது} \quad \frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1 \Rightarrow x + 2y - 6 = 0$$

13. A(-2, 6) B (3, -4) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டுத்துண்டை P என்ற புள்ளி உட்புறமாக 2:3

என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கின்றது. புள்ளி P வழியாகச் செல்லும் சாய்வு $\frac{3}{2}$ உடைய நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்.

ABஐ உட்புறமாக 2 : 3 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளி P என்க.

$$\text{ஆகவே புள்ளி P} \left(\frac{2(3)+3(-2)}{2+3}, \frac{2(-4)+3(6)}{2+3} \right)$$

$$= (2, 0)$$

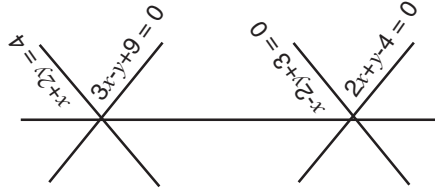
சாய்வு $\frac{3}{2}$ ஆகவும் (0,2) என்ற புள்ளி வழியாகவும் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு

$$y - 2 = \frac{3}{2} (x - 0)$$

$$2y - 4 = 3x$$

$$3x - 2y + 4 = 0$$

14. $3x - y + 9 = 0$, $x + 2y = 4$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் வெட்டும் புள்ளியுடன், $2x + y - 4 = 0$, $x - 2y + 3 = 0$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் வெட்டும் புள்ளியை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்.



$$3x - y = -9$$

---- (I)

$$x + 2y = 4$$

---- (II)

$$2x + y = 4$$

---- (III)

$$x - 2y = -3$$

--- (IV)

$$(I \times 2) + II$$

$$3x - y = -9$$

$$x + 2y = 4$$

$$(I \times 2) + II$$

$$6x - 2y = -18$$

$$x - 2y = -4$$

$$7x = -14$$

$$x = -2$$

Put $x = -2$ we get

$$-2 + 2y = 4$$

$$2y = 4 + 2$$

$$y = 6/2 \quad y = 3$$

வெட்டும் புள்ளி (-2, 3)

$$III, IV \text{ ஐ தீர்க்க } 2x + y = 4 \quad \text{---- (III)}$$

$$x - 2y = -3 \quad \text{---- (IV)}$$

$$(III \times 2) + IV \quad 4x + 2y = 8$$

$$x - 2y = -3$$

$$5x = 5 \quad x = 1$$

Put $x = 1$

$$1 - 2y = -3$$

$$-2y = -4$$

$$y = 2$$

வெட்டும் புள்ளி (1, 2)

(-2, 3) மற்றும் (1, 2) ஐ இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு

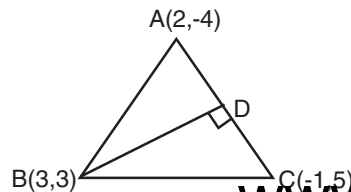
$$\frac{y-3}{2-3} = \frac{x+2}{1+2} \Rightarrow \frac{y-3}{-1} = \frac{x+2}{3}$$

$$\Rightarrow x + 3y - 7 = 0$$

$$M = \left(\frac{3-5}{2}, \frac{-2+8}{2} \right)$$

$$= (-1, 3)$$

15. $\triangle ABC$ ன் முனைகள் $A(2, -4)$, $B(3, 3)$ மற்றும் $C(-1, 5)$ எனில் B லிருந்து வரையப்படும் குத்துக்கோட்டு வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்.



A(2, -4), B(3, 3) மற்றும் C(-1, 5) என்பன முக்கோணத்தின் உச்சிகள் BD என்பது முக்கோணத்தின் உச்சி Bயிலிருந்து வரையப்படும் குத்துக்கோடு என்க.

$$AC \text{ ன் சாய்வு } \frac{5+4}{-1-2} = \frac{9}{-3} = -3$$

ஆகவே, குத்துக்கோடு BD ன் சாய்வு $\frac{1}{3}$ ($AC \perp BD$)

சாய்வு $\frac{1}{3}$ ஆகவும் (3, 3) என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு.

$$y - 3 = \frac{1}{3}(x - 3)$$

$$3y - 9 = x - 3 \Rightarrow x - 3y + 6 = 0$$

16. ΔABC ன் முனைகள் A(-4, 4) B(8,4) C(8,10) எனில் A யிலிருந்து வரையப்படும் நடுக்கோட்டு வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்.

முனை Aயிலிருந்து வரையப்படும் நடுக்கோடு AD என்க.

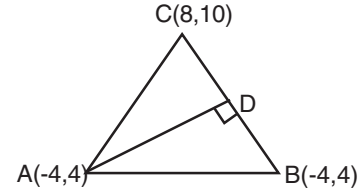
$$BC \text{ ன் மையப்புள்ளி } D \left(\frac{8+8}{2}, \frac{4+10}{2} \right)$$

$$D = (8, 7)$$

A(-4, 4) D(8,7) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நடுக்கோடு AD ன் சமன்பாடு

$$\frac{y-4}{7-4} = \frac{x+4}{8+4} \Rightarrow 4y - 16 = x + 4$$

$$\Rightarrow x - 4y + 20 = 0$$



6. வடிவியல்

(50 மதிப்பெண்களுக்கு மேல் பெற விரும்புவார்களுக்கு)

1. ஒரு வட்டத்தின் புள்ளி A ல் வரையப்படும் தொடுகோடு PQ என்க. AB என்பது வட்டத்தின் நாண் என்க. மேலும் $\angle BAC = 54^\circ$ மற்றும் $\angle BAQ = 62^\circ$ என்று அமையுமாறு வட்டத்தின் மேல் உள்ள புள்ளி C எனில் $\angle ABC$ காண்க,

PQ ஒரு தொடுகோடு AB நாண்.

$$\angle BAQ = \angle ACB = 62^\circ \text{ (தேற்றம்)}$$

$$\angle BAC = \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$$

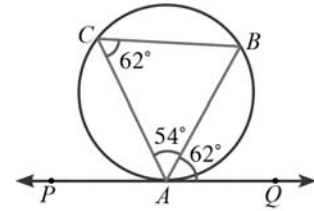
(முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்கள்)

$$54 + \angle ABC + 62^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ABC + 116 = 180$$

$$\angle ABC = 180 - 116 = 64^\circ$$

$$\angle ABC = 64^\circ$$



2. படத்தில் TP ஒரு தொடுகோடு, A, B வட்டத்தின் மீதுள்ள புள்ளிகள் $\angle BTP = 72^\circ$ மற்றும் $\angle ATB = 43^\circ$ எனில் $\angle ABT$ காண்க. (Ap. 13)

TP ஒரு தொடுகோடு

TB நாண்

$$\angle BTP = \angle BAT = 72^\circ \text{ (தேற்றம்)}$$

$$\angle BTP + \angle ABT + \angle BAT = 180^\circ$$

(முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்கள்)

$$72^\circ + \angle ABT + 72^\circ = 180^\circ$$

