## பன்னிரெண்டாம் வகுப்பு – □று தே□ரி

# கணிதவியல்

| அ□ஸியாய□ | 6 மனி□பெண் வினாக்கள் | 10 மனி□பெண் வினாக்கள் | □று தேர்வுகளின் எண்□ □கை ( 6 மனி□பெண் ) | □று தேர்வுகளின் எண்□ □கை ( 10 மனி□பெண் ) | அரசு பொது□ தேர்வில் பெறு□ குறை□தபட்ச மனி□பெண் |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. அணிகள் மற்றும் அ□ □கோவைக□ ன் பயன்பாடுகள் | 32 | – | 4 | 0 | 12 |
| 2. வெக்டர் இயற்கணிதம் | – | 20 | 0 | 4 | 20 |
| 3. கலப்பெண்கள் | 32 | 10 | 4 | 2 | 16 |
| 4. பகுமுறை வடிவ□ க□ த□ | – | 17 | 0 | 4 | 20 |
| 5. வகை நுண்க□ த□ – பயன்பாடுகள் I | – | – | – | – | – |
| 6. வகை நுண்க□ த□ – பயன்பாடுகள் I I | 16 | 11 | 2 | 2 | 16 |
| 7. தொகை நுண்க□ த□ – பயன்பாடுகள் | 8 | 9 | 1 | 2 | 10 |
| 8. வகை□கெழுச் சமன்பாடுகள் | – | 13 | 0 | 2 | 10 |
| 9. த□ □லை□ கணக்கியல் | 24 | 15 | 3 | 3 | 22 |
| 10. நிகழ்தகவுப் பரவல் | – | – | – | – | – |
| **மொ□த□** | **112** | **95** | **14** | **19** | **128** |

MATHSTIMES

### 1. அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகளின் பயன்பாடுகள்( 6 மதிப்பெண் வினாக்கள்)

## □று தே□ளி1

1. $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & -5\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் சேர்ப்பைக் கண்டு, $A(\text{adj } A) = (\text{adj } A)\ A = |A|\ . I$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

2. $A=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 1 & -4\end{bmatrix}$ எனில், $A(adj\ A)=(adj\ A)A=|A|\,I_2$ என்பதனைச் சரிபார்.

3. $A=\begin{bmatrix}-4 & -3 & -3\\ 1 & 0 & 1\\ 4 & 4 & 3\end{bmatrix}$ -இன் சேர்ப்பு அணி A என நிறுவுக.

4. $A=\begin{bmatrix}-1 & 2 & -2\\ 4 & -3 & 4\\ 4 & -4 & 5\end{bmatrix}$ -க்கு, $A=A^{-1}$ எனக் காட்டுக.

5. $\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 3\\ 2 & -1 & 3 & 4\\ 5 & -1 & 7 & 11\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

6. $\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ 2 & -3 & 4\\ 3 & -2 & 3\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

7. $\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & -1\\ 2 & 4 & 6 & -2\\ 3 & 6 & 9 & -3\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

8. $\begin{bmatrix}4 & 2 & 1 & 3\\ 6 & 3 & 4 & 7\\ 2 & 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

## □று தே□ளி2

1. $\begin{bmatrix}3 & 1 & -5 & -1\\ 1 & -2 & 1 & -5\\ 1 & 5 & -7 & 2\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

2. $\begin{bmatrix}3 & 1 & 2 & 0\\ 1 & 0 & -1 & 0\\ 2 & 1 & 3 & 0\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

3. $\begin{bmatrix}0 & 1 & 2 & 1\\ 2 & -3 & 0 & -1\\ 1 & 1 & -1 & 0\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

4. $\begin{bmatrix}1 & 2 & -1 & 3\\ 2 & 4 & 1 & -2\\ 3 & 6 & 3 & -7\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

5. $\begin{bmatrix}1 & -2 & 3 & 4\\ -2 & 4 & -1 & -3\\ -1 & 2 & 7 & 6\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

MATHSTIMES

6. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 3 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பு ஒருங்கமைவு உடையதா என்பதை ஆராய்க. ஒருங்கமைவு உடையதாயின் அவற்றைதீர்க்க

7. $x + y + z = 7$ ; $x + 2y + 3z = 18$ ; $y + 2z = 6$

8. $x - 4y + 7z = 14$ ; $3x + 8y - 2z = 13$ ; $7x - 8y + 26z = 5$

## □று தே□ரி3

1. அணிக்கோவை முறையில் பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்புகளைத் தீர்க்க : $2x + 3y = 8$ ; $4x + 6y = 16$
2. அணிக்கோவை முறையில் பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்புகளைத் தீர்க்க : $4x + 5y = 9$ ; $8x + 10y = 18$
3. அணிக்கோவை முறையில் பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்புகளைத் தீர்க்க :
   $2x + 2y + z = 5$ ; $x - y + z = 1$ ; $3x + y + 2z = 4$
4. அணிக்கோவை முறையில் பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்புகளைத் தீர்க்க :
   $x + y + 2z = 4$ ; $2x + 2y + 4z = 8$ ; $3x + 3y + 6z = 10$
5. நேர்மாறு அணிகாணல் முறையில் தீர்க்க : $x + y = 3,\ 2x + 3y = 8$
6. நேர்மாறு அணிகாணல் முறையில் தீர்க்க : $2x - y = 7,\ 3x - 2y = 11$
7. நேர்மாறு அணிகாணல் முறையில் தீர்க்க : $7x + 3y = -1,\ 2x + y = 0$
8. அணிகளின் நேர்மாறுகளுக்குரிய வரிசைமாற்று விதியினை எழுதி நிரூபி.

## □று தே□ரி4

1. $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ எனில் $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ என்பதனைச் சரிபார்.
2. $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ எனில் $(AB)^T = B^T A^T$ என்பதனைச் சரிபார்.
3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ எனில் $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
4. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ -இன் சேர்ப்பு அணியைக் காண்க.
5. பின்வரும் அணிகளின் நேர்மாறு அணிகளைக் காண்க. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$
6. பின்வரும் அணிகளின் நேர்மாறு அணிகளைக் காண்க $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$
7. . பின்வரும் அணிகளின் நேர்மாறு அணிகளைக் காண்க $\begin{bmatrix} 8 & -1 & -3 \\ -5 & 1 & 2 \\ 10 & -1 & -4 \end{bmatrix}$
8. . பின்வரும் அணிகளின் நேர்மாறு அணிகளைக் காண்க $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

**2. வெக்டர் இயற்கணிதம் (10 மதிப்பெண் வினாக்கள் )**

## □று தே□ரி5

1. ஒரு முக்கோணத்தின் குத்துக்கோடுகள் ஒரே புள்ளியில் சந்திக்கும் என்பதனை வெக்டர் முறையில் நிறுவுக
2. $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$ என வெக்டர் முறையில் நிரூபி.
3. $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$ என வெக்டர் முறையில் நிரூபி.
4. $\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$ என வெக்டர் முறையில் நிரூபி.

MATHSTIMES

5. $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ என வெக்டர் முறையில் நிரூபி.

### சிறு தேர்வு 6

1. $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ , $\vec{b} = -2\vec{i} + 5\vec{k}$ , $\vec{c} = \vec{j} - 3\vec{k}$ எனில் $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a}.\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}.\vec{b})\vec{c}$ என சரியார்க்க
2. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ , $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}$ , $\vec{c} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{d} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ எனில $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = [\vec{a}\vec{b}\vec{d}]\vec{c} - [\vec{a}\vec{b}\vec{c}]\vec{d}$ என சரியார்க்க
3. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$ மற்றும் $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{-z-1}{1}$ என்ற கோடுகள் வெட்டிக் கொள்ளும் எனக் காட்டுக. மேலும் அவை வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க
4. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{0}$ மற்றும் $\frac{x-4}{2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}$ என்ற கோடுகள் வெட்டும் எனக் காட்டி அவை வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க
5. வெட்டுத்துண்டு வடிவில் ஒரு தளத்தின் சமன்பாட்டைத் தருவிக்க.

### சிறு தேர்வு 7

1. $(2,-1,-3)$ வழியேச் செல்லக்கூடியதும் $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-4}$ மற்றும் $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$ ஆகிய கோடுகளுக்கு இணையாக உள்ளதுமான தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க
2. $(1,3,2)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{3}$ மற்றும் $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{2}$ என்ற கோடுகளுக்குஇணையானதுமான தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க
3. $(-1,3,2)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $x + 2y + 2z = 5$ மற்றும் $3x + y + 2z = 8$ ஆகிய தளங்களுக்குச் செங்குத்தானதுமான தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
4. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$ என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும் $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையானதுமான தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
5. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-2}$ என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும் $(-1,1,-1)$ என்ற புள்ளி வழியேச் செல்லக் கூடியதுமான வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க

### சிறு தேர்வு 8

1. $(-1,1,1)$ மற்றும் $(1,-1,1)$ ஆகிய புள்ளிகள் வழியேச் செல்லக் கூடியதும் $x + 2y + 2z = 5$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாக அமைவதுமான தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாட்டைக் காண்க
2. A $(1,-2,3)$ மற்றும் B $(-1,2,-1)$ என்ற புள்ளிகள் வழியேச் செல்லக்கூடியதும் $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{4}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையானதுமான தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
3. $(1,2,3)$ மற்றும் $(2,3,1)$ என்ற புள்ளிகள் வழியேச் செல்லக் கூடியதும் $3x - 2y + 4z - 5 = 0$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் அமைந்த தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க
4. $(2,2,-1)$ , $(3,4,2)$ மற்றும் $(7,0,6)$ ஆகிய புள்ளிகள் வழியேச் செல்லக்கூடிய தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாட்டைக் காண்க
5. $3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$ , $2\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ மற்றும் $7\vec{i} + \vec{k}$ ஆகியவற்றை நிலை வெக்டர்களாகக் கொண்ட புள்ளிகள் வழியேச் செல்லும் தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க

**3. கலப்பெண்கள் (6 மதிப்பெண் வினாக்கள் )**

### சிறு தேர்வு 9

1. $(-8-6i)$-இன் வர்க்கமூலம் காண்க.
2. $(-7+24i)$-இன் வர்க்கமூலம் காண்க.
3. $2+\sqrt{3}\,i$ ஐ ஒரு தீர்வாகக் கொண்ட $x^4 - 4x^2 + 8x + 35 = 0$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.
4. $3+i$ ஐ ஒரு தீர்வாகக் கொண்ட $x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 20 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் தீர்வுகளைக் காண்க.
5. $1+2i$ ஐ ஒரு தீர்வாகக் கொண்ட $x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 14x + 10 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் தீர்வுகளைக் காண்க.
6. $2-i$ ஐ ஒரு தீர்வாகக் கொண்ட $6x^4 - 25x^3 + 32x^2 + 3x - 10 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் தீர்வுகளைக் காண்க.
7. $(a_1+ib_1)(a_2+ib_2)\ldots(a_n+ib_n) = A+iB$ எனில் நிரூபி : (i) $(a_1^2+b_1^2)(a_2^2+b_2^2)\ldots(a_n^2+b_n^2) = A^2+B^2$

   (ii) $\tan^{-1}\left(\frac{b_1}{a_1}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{b_2}{a_2}\right) + \ldots + \tan^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right) = k\pi + \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right), \quad k \in Z$
8. $(7+5i)$ , $(5+2i)$ , $(4+7i)$ மற்றும் $(2+4i)$ எனும் கலப்பெண்கள் ஒரு இணைகரத்தை அமைக்கும் என நிறுவுக.

### சிறு தேர்வு 10

1. ஆர்கன் தளத்தில் கலப்பெண்கள் $(10+8i)$ , $(-2+4i)$ மற்றும் $(-11+31i)$ அமைக்கும் முக்கோணம் ஒரு செங்கோண முக்கோணம் என நிறுவுக.

MATHSTIMES

2. $3+3i, \ -3-3i, \ -3\sqrt{3}+3\sqrt{3}\,i$ எனும் கலப்பெண்கள் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தை ஆர்கன் தளத்தில் உருவாக்கும் என்று காட்டுக.
3. $2i, 1+i, 4+4i$ மற்றும் $3+5i$ எனும் கலப்பெண்கள் ஆர்கன் தளத்தில் ஒரு செவ்வகத்தை உருவாக்கும் எனக் காட்டுக.
4. $7+9i, \ -3+7i, \ 3+3i$ எனும் கலப்பெண்கள் ஆர்கன் தளத்தில் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் என நிறுவுக.
5. $Z_1, Z_2$ என்ற ஏதேனும் இரு கலப்பெண்களுக்கு (i) $|Z_1 Z_2| = |Z_1|\,|Z_2|$ (ii) $\arg(Z_1 Z_2)=\arg(Z_1)+\arg(Z_2)$ என நிரூபி.
6. $Z_1, Z_2$ என்ற ஏதேனும் இரு கலப்பெண்களுக்கு (i) $\left|\dfrac{Z_1}{Z_2}\right| = \dfrac{|Z_1|}{|Z_2|}$ (ii) $\arg\left(\dfrac{Z_1}{Z_2}\right)=\arg(Z_1)-\arg(Z_2)$ என நிரூபி.
7. $x+\dfrac{1}{x}=2\cos\theta$ எனில்(i) $x^n+\dfrac{1}{x^n}=2\cos n\theta$ (ii) $x^n-\dfrac{1}{x^n}=2\,i\sin n\theta$ ; $n\in N$ என நிரூபி.
8. $x=\cos\alpha+i\sin\alpha$ ; $y=\cos\beta+i\sin\beta$ எனில் $x^m y^n+\dfrac{1}{x^m y^n}=2\cos(m\alpha+n\beta)$; $n, m\in N$ எனக் காட்டுக.

## □று தே□ரி11

1. நிறுவுக: $(1+i)^n+(1-i)^n=2^{\frac{n+2}{2}}\cos\dfrac{n\pi}{4}$ ; $n\in N$
2. நிறுவுக: $\left(1+i\sqrt{3}\right)^n+\left(1-i\sqrt{3}\right)^n=2^{n+1}\cos\dfrac{n\pi}{3}$ ; $n\in N$
3. நிறுவுக: $(1+\cos\theta+i\sin\theta)^n+(1+\cos\theta-i\sin\theta)^n=2^{n+1}\cos^n(\theta/2)\cos\dfrac{n\theta}{2}$ ; $n\in N$
4. n என்பது மிகை முழு எண் எனில் $\left(\sqrt{3}+i\right)^n+\left(\sqrt{3}-i\right)^n=2^{n+1}\cos\dfrac{n\pi}{6}$ என நிரூபிக்க.
5. சுருக்குக: $\dfrac{(\cos\theta+i\sin\theta)^4}{(\sin\theta+i\cos\theta)^5}$
6. சுருக்குக: $\dfrac{(\cos\alpha+i\sin\alpha)^3}{(\sin\beta+i\cos\beta)^4}$
7. n என்பது மிகை முழு எண் எனில் $\left(\dfrac{1+\sin\theta+i\cos\theta}{1+\sin\theta-i\cos\theta}\right)^n=\cos n\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)+i\sin n\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)$ என நிரூபிக்க.
8. முக்கோண சமனிலியை எழுதி நிரூபி.

## □று தே□ரி12

1. எல்லா மதிப்புகளையும் காண்க. $(8i)^{1/3}$
2. தீர்க்க: (i) $x^4+4=0$
3. P எனும் புள்ளி கலப்பெண் மாறி zஐக் குறித்தால் P-இன் நியமப்பாதையை பின்வருவனவற்றிற்கு காண்க. $|2z-3|=2$ .
4. $\omega^3=1$ எனில $\dfrac{1}{1+2\omega}-\dfrac{1}{1+\omega}+\dfrac{1}{2+\omega}=0$ என நிறுவுக.
5. $\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma=0=\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma$ எனில் பின்வருவனவற்றை நிறுவுக:
   (i) $\cos 3\alpha+\cos 3\beta+\cos 3\gamma=3\cos(\alpha+\beta+\gamma)$
   (ii) $\sin 3\alpha+\sin 3\beta+\sin 3\gamma=3\sin(\alpha+\beta+\gamma)$
6. (iii) $\cos 2\alpha+\cos 2\beta+\cos 2\gamma=0$
   (iv) $\sin 2\alpha+\sin 2\beta+\sin 2\gamma=0$
7. $(z-1)$இன் வீச்சு $=\dfrac{\pi}{6}$ மற்றும் $(z+1)$இன் வீச்சு $=2\dfrac{\pi}{3}$ எனில் $|z|=1$ என நிறுவுக.
8. P எனும் புள்ளி கலப்பெண் மாறி zஐக் குறித்தால் P-இன் நியமப்பாதையை பின்வருவனவற்றிற்கு காண்க.
   $|z-5i|=|z+5i|$

**3. கலப்பெண்கள் (10 மதிப்பெண் வினாக்கள் )**

MATHSTIMES

## □று தே□ரி13

1. $x^2 - 2px + (p^2 + q^2) = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $\alpha, \beta$ மற்றும் $\tan\theta = \frac{q}{y+p}$ எனில் $\frac{(y+\alpha)^n - (y+\beta)^n}{\alpha - \beta} = q^{n-1}\frac{\sin n\theta}{\sin^n\theta}$ என நிறுவுக.
2. $\alpha, \beta$ என்பவை $x^2 - 2x + 2 = 0$ -ன் மூலங்கள் மற்றும் $\cot\theta = y + 1$ எனில் $\frac{(y+\alpha)^n - (y+\beta)^n}{\alpha - \beta} = \frac{\sin n\theta}{\sin^n\theta}$ எனக் காட்டுக
3. $x^2 - 2x + 4 = 0$ -இன் மூலங்கள் $\alpha$ மற்றும் $\beta$ எனில் $\alpha^n - \beta^n = i2^{n+1}\sin\frac{n\pi}{3}$ அதிலிருந்து $\alpha^9 - \beta^9$ மதிப்பை பெறுக
.4. $a = \cos 2\alpha + i\sin 2\alpha, b = \cos 2\beta + i\sin 2\beta$ மற்றும் $c = \cos 2\gamma + i\sin 2\gamma$ எனில்
(i) $\sqrt{abc} + \frac{1}{\sqrt{abc}} = 2\cos(\alpha + \beta + \gamma)$ (ii) $\frac{a^2b^2 + c^2}{abc} = 2\cos 2(\alpha + \beta - \gamma)$ எனக் காட்டுக
5. $P$ எனும் புள்ளி கலப்பெண் மாறி z ஐக் குறித்தால் $P$-இன் நியமப்பாதையை $\arg\left(\frac{z-1}{z+3}\right) = \frac{\pi}{2}$ என்ற கட்டுப்பாட்டிற்கு உட்பட்டு காண்க

## □று தே□ரி14

1. $\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{\frac{3}{4}}$-ன் எல்லா மதிப்புகளையும் காண்க மற்றும் அதன் மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் 1 எனவும் காட்டுக
2. தீர்க்க: $x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 = 0$.
3. $x^9 + x^5 - x^4 - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க
4. $x^7 + x^4 + x^3 + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.
5. $\left(-\sqrt{3} - i\right)^{\frac{2}{3}}$ ன் எல்லா மதிப்புகளையும் காண்க.

## SLIP TEST - 15 [10 mark]

### பகுமுறை வடிவியல்

1. $5x + 12y = 9$ என்ற நேர்க்கோடு அதிபரவளையம் $x^2 - 9y^2 = 9$ -ஐத் தொடுகிறது என நிரூபிக்க. மேலும் தொடும் புள்ளியையும் காண்க.
2. $x - y + 4 = 0$ என்ற நேர்க்கோடு நீள்வட்டம் $x^2 + 3y^2 = 12$ -ஐத் தொடுகிறது என நிரூபிக்க. மேலும் தொடும் புள்ளியையும் காண்க
3. $x + 2y - 5 = 0$-ஐ ஒரு தொலைத் தொடுகோடா கவும் $(6,0)$ மற்றும் $(-3,0)$ என்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லக்கூடியதுமான செவ்வக அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.
4. .அதிபரவளையத்தின் மையம் $(2,4)$.மேலும் $(2,0)$ வழியே செல்கிறது. இதன் தொலைத் தொடுகோடுகள் $x + 2y - 12 = 0$ மற்றும் $x - 2y + 8 = 0$ ஆகியவற்றிற்கு இணையாக இருக்கின்றன எனில் அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

## SLIP TEST - 16 [10 mark]

1. ஒரு தொங்கு பாலத்தின் கம்பி வடம் பரவளைய வடிவிலுள்ளது. அதன் பாரம் கிடைமட்டமாக சீராக பரவியுள்ளது. அதைத் தாங்கும் இரு தூண்களுக்கு இடையேயுள்ள தூரம் 1500 அடி. கம்பி வடத்தை தாங்கும் புள்ளிகள் தூணில் தரையிலிருந்து 200 அடி உயரத்தில் அமைந்துள்ளன. மேலும் தரையிலிருந்து கம்பி வடத்தின் தாழ்வான புள்ளியின் உயரம் 70 அடி, கம்பிவடம் 122 அடி உயரத்தில் தாங்கும் கம்பத்திற்கு இடையே உள்ள செங்குத்து நீளம் காண்க.(தரைக்கு இணையாக)
2. ஒரு தொங்கு பாலத்தின் கம்பி வடம் பரவளைய வடிவிலுள்ளது. அதன் நீளம் 40மீட்டர் ஆகும். வழிப்பாதையானது கம்பி வடத்தின் கீழ்மட்டப் புள்ளியிலிருந்து 5 மீட்டர் கீழே உள்ளது. கம்பி வடத்தை தாங்கும் தூண்களின் உயரங்கள் 55 மீட்டர் எனில் 30 மீட்டர் உயரத்தில் கம்பி வடத்திற்கு ஒரு துணை தாங்கி கூடுதலாகக் கொடுக்கப்பட்டால் அத்துணைத்தாங்கியின் நீளத்தைக் காண்க.
3. ஒரு ரயில்வே பாலத்தின் மேல் வளைவு பரவளையத்தின் அமைப்பைக் கொண்டுள்ளது. அந்த வளைவின் அகலம் 100 அடியாகவும் அவ்வளைவின் உச்சிப்புள்ளியின் உயரம் பாலத்திலிருந்து 10 அடியாக வும் உள்ளது எனில், பாலத்த்தின் மத்தியிலி ருந்து இடப்புறம் அல்லது வலப்புறம் 10 அடி தூரத்தில் பாலத்தின் மேல் வளைவு எவ்வளவு உயரத்தில் இருக்கும்?
4. ஒரு வால் விண்மீன் ஆனது சூரியனைச் சுற்றி பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது மற்றும் சூரியன் பரவளையத்தின் குவியத்தில் அமைகிறது. வால் விண்மீன் சூரியனிலிருந்து 80 மில்லியன் கி.மீ. தொலைவில் அமைந்து இருக்கும் போது

MATHSTIMES

வால் விண்மீனையும் சூரியனையும் இணைக்கும் கோடு அச்சுடன் $\frac{\pi}{3}$ கோணத்தினை ஏற்படுத்துமானால் (i) வால் விண்மீனின் பாதையின் சமன்பாட்டைக் காண்க. (ii) வால் விண்மீன் சூரியனுக்கு எவ்வளவு அருகில் வரமுடியும் என்பதையும் காண்க.(பாதை வலதுபுறம் திறப்புடையதாக கொள்க)

## SLIP TEST - 17 [ 10 mark]

1. ஒரு ராக்கெட் வெடியானது கொளுத்தும் போது அது ஒரு பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. அதன் உச்ச உயரம் 4 மீட்டர் ஐ எட்டும்போது அது கொளுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து கிடைமட்ட தூரம் 6 மீட்டர் தொலைவிலுள்ளது. இறுதியாக கிடைமட்டமாக 12மீ தொலைவில் தரையை வந்தடைகிறது எனில் புறப்பட்ட இடத்தில் தரையுடன் ஏற்படுத்தும் எறிகோணம் காண்க.
2. தரைமட்டத்திலிருந்து 7.5மீ உயரத்தில் தரைக்கு இணையாக பொருத்தப்பட்ட ஒரு குழாயிலிருந்து வெளியேறும் நீர் தரையைத் தொடும் பாதை ஒரு பரவளையத்தை ஏற்படுத்துகிறது. மேலும் இந்த பரவளையப் பாதையின் முனை குழாயின் வாயில் அமைகிறது. குழாய் மட்டத்திற்கு 2.5மீ கீழே நீரின் பாய்வானது குழாயின் முனை வழியாகச் செல்லும் நிலை குத்துக்கோட்டிற்கு 3 மீட்டர் தூரத்தில் உள்ளது எனில் குத்துக் கோட்டிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும்.
3. ஒரு வளைவு அரை-நீள்வட்ட வடிவில் உள்ளது. அதன் அகலம் 48 அடி, உயரம் 20 அடி. தரையிலிருந்து 10 அடி உயரத்தில் வளைவின் அகலம் என்ன?
4. ஒரு பாலத்தின் வளைவானது அரை-நீள்வட்ட வடிவில் உள்ளது. கிடைமட்டத்தில் அதன் அகலம் 40 அடியாகவும், மையத்திலிருந்து அதன் உயரம் 16 அடியாகவும் உள்ளது எனில் மையத்திலிருந்து வலது அல்லது இடப் புறத்தில் 9 அடி தூரத்தில் உள்ள தரைப்புள்ளியிலிருந்து பாலத்தின் உயரம் என்ன?

## SLIP TEST - 18 [10 mark]

1. ஒரு நுழைவு வாயிலின் மேற்கூரையானது அரை-நீள்வட்ட வடிவில் உள்ளது. இதன் அகலம் 20 அடி. மையத்திலிருந்து அதன் உயரம் 18 அடி மற்றும் பக்கச் சுவரிகளின் உயரம் 12 அடி எனில் ஏதேனும் ஒரு பக்கச் சுவரிலிருந்து 4 அடி தூரத்தில் மேற்கூரையின் உயரம் என்னவாக இருக்கும்?
2. ஒரு நீள்வட்டப் பாதையின் குவியத்தில் பூமி இருக்குமாறு ஒரு துணைக்கோள் சுற்றி வருகிறது. இதன் மையத் தொலைவு தகவு $\frac{1}{2}$ ஆகவும் பூமிக்கும் துணைக் கோளுக்கும் இடைப்பட்ட மீச்சிறு தூரம் 400 கிலோ மீட்டர்கள் ஆகவும் இருக்குமானால் துணைக் கோளுக்கும் பூமிக்கும் இடைப்பட்ட அதிகபட்ச தூரம் என்ன?
3. சூரியன் குவியத்திலிருக்குமாறு மெர்க்குரி கிரகமானது சூரியனை ஒரு நீள்ட்டப் பாதையில் சுற்றி வருகிறது. அதன் அரை நெட்டச்சின் நீளம் 36 மில்லியன் மைல்கள் ஆகவும் மையத் தொலைவு தகவு $0 \cdot 206$ ஆகவும் இருக்குமாயின் $(i)$ மெர்க்குரி கிரகமானது சூரியனுக்கு மிக அருகாமையில் வரும்போது உள்ள தூரம் $(ii)$ மெர்க்குரி கிரகமானது சூரியனுக்கு மிகத் தொலைவில் இருக்கும் போது உள்ள தூரம் ஆகியவற்றைக் காண்க.
4. ஒரு கோ-கோ விளையாட்டு வீரர் விளையாட்டுப் பயிற்சியின் போது அவருக்கும் கோ-கோ குச்சிக்களுக்கும் இடையேயுள்ள தூரம் எப்பொழுதும் 8 மீ ஆக இருக்குமாறு உணர்கிறார். அவ்விரு குச்சிகளுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் 6 மீ எனில் அவர் ஓடும் பாதையின் சமன்பாடைக் காண்க.
5. ஒரு சமதளத்தின் மேல் செங்குத்தாக அமைந்துள்ள சுவரின் மீது 15மீ நீளமுள்ள ஏணியானது தளத்தினையும் சுவற்றினையும் தொடுமாறு நகர்ந்து கொண்டு இருக்கிறது எனில் ஏணியின் கீழ்மட்ட முனையிலிருந்து 6மீ தூரத்தில் ஏணியில் அமைந்துள்ள $P$ என்ற புள்ளியின் நியமப்பாதைக் காண்க.

**6. வகை நுண்க தா– பயன்பாடுகள் I I (6 மதிப்பெண் வினாக்கள் )**

**று தேர்வு19**

1. $u = \log(\tan x + \tan y + \tan z)$ எனில் $\sum \sin 2x \frac{\partial u}{\partial x} = 2$ என நிரூபி.
2. $U = (x-y)(y-z)(z-x)$ எனில் $U_x + U_y + U_z = 0$ எனக் காட்டுக.
3. $z = ye^{x^2}$ என்ற சார்பில் $x = 2t$ மற்றும் $y = 1-t$ எனுமாறு இருப்பின் $\frac{dz}{dt}$ காண்க.
4. $w = x + 2y + z^2$ என்ற சார்பில் $x = \cos t$ ; $y = \sin t$ ; $z = t$ எனில் $\frac{dw}{dt}$ காண்க.
5. $w = xy + z$ என்ற சார்பில் $x = \cos t$ ; $y = \sin t$ ; $z = t$ எனில் $\frac{dw}{dt}$ காண்க.
6. $V = ze^{ax+by}$ மற்றும் z ஆனது x,y-இல் n-ஆம் படி சமப்படித்தான சார்பாயின் $x\frac{\partial V}{\partial x} + y\frac{\partial V}{\partial y} = (ax + by + n)V$ என நிறுவுக.

MATHSTIMES

7. ஒரு தனி ஊசலின் நீளம் $\ell$ மற்றும் முழு அலைவு நேரம் T எனில் $T = k\sqrt{\ell}$ (k என்பது மாறிலி). தனிஊசலின் நீளம் 32.1 செ.மீ இலிருந்து 32.0 செ.மீக்கு மாறும் போது, நேரத்தில் ஏற்படும் சதவீதப் பிழையை கணக்கிடுக.

8. u என்பது படி n கொண்ட சமப்படித்தான x,y இல் அமைந்த சார்பு எனில், $x\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} + y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = (n-1)\frac{\partial u}{\partial y}$ எனககாட்டுக.

**□று தே□ளி20**

1. வகையீடுகளைப் பயன்படுத்தி $\sqrt[3]{65}$ தோராய மதிப்புகளைக் காண்க.
2. வகையீடுகளைப் பயன்படுத்தி $\sqrt{36.1}$ தோராய மதிப்புகளைக் காண்க.
3. வகையீடுகளைப் பயன்படுத்தி $\frac{1}{10.1}$ தோராய மதிப்புகளைக் காண்க.
4. வகையீடுகளைப் பயன்படுத்தி $(1.97)^6$ தோராய மதிப்புகளைக் காண்க.
5. $x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta$ என்று இருக்குமாறு $w = \log\left(x^2 + y^2\right)$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் $\frac{\partial w}{\partial r}$ மற்றும் $\frac{\partial w}{\partial \theta}$ -ஐக் காண்க.
6. $x = u^2 - v^2,\ y = 2uv$ என்று இருக்குமாறு $\frac{\partial w}{\partial u}$ மற்றும் $\frac{\partial w}{\partial v}$ if $w = x^2 + y^2$ -ஐக் காண்க.
7. $u = xy^2 \sin\left(\frac{x}{y}\right)$ எனில் $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 3u$ எனக் காட்டுக.
8. $w = \frac{x}{\left(x^2 + y^2\right)}$ என்ற சார்பில $x = \cos t\ ;\ y = \sin t$ எனில் $\frac{dw}{dt}$ காண்க.

**6. வகை நுண்க□ த□– பயன்பாடுகள் I I (10 மதிப்பெண் வினாக்கள் )**

**□று தே□ளி21**

1. $y = x^3 + 1$ என்கிற வளைவரையை வரைக.
2. $y^2 = 2x^3$ என்ற வளைவரையை வரைக.
3. $y = x^3$ என்கிற வளைவரையை வரைக
4. $f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ க்கு யூலரின் தேற்றத்தை சரிபார்க்க
5. $u = \sin^{-1}\left(\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$ எனில் யூலரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2}\tan u$ எனக் காட்டுக
6. $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3 + y^3}{x-y}\right)$ எனில்எனில் யூலரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்த $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$ என நிருபிக்க

**□று தே□ளி22**

1. வகையீடுகளைப் பயன்படுத்தி $y = \sqrt[3]{1.02} + \sqrt[4]{1.02}$ ன் தோராய மதிப்பைக் கணக்கிடுக.
2. $w = u^2 e^v$ என்ற சார்பில் $u = \frac{x}{y}$ மற்றும் $v = y\log x$ எனுமாறு இருப்பின் $\frac{\partial w}{\partial x}$ மற்றும் $\frac{\partial w}{\partial y}$ காண்க.
3. $u = \frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2}$ எனில் $\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y\,\partial x}$ என்பதை சரிபார்க்க.
4. $u = \sin 3x\ \cos 4y$ எனில் $\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y\,\partial x}$ என்பதை சரிபார்க்க
5. $u = \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$ எனில் $\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y\,\partial x}$ என்பதை சரிபார்க்க

**7. தொகை நுண்க□ த□– பயன்பாடுகள் ( 6மதிப்பெண் வினாக்கள் )**

**□று தே□ளி23**

1. மதிப்பிடுக: $\int_0^{\pi/2} \log(\tan x)\, dx$
2. மதிப்பிடுக: $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\cot x}}$

MATHSTIMES

3. . மதிப்பிடுக: $\int_0^3 \frac{\sqrt{x}\,dx}{\sqrt{x}+\sqrt{3-x}}$

4. . மதிப்பிடுக: $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$

5. மதிப்பிடுக:. $\int_0^1 \log\left(\frac{1}{x}-1\right) dx$

6. மதிப்பிடுக: $\int_0^1 x(1-x)^n \; dx$

7. மதிப்பிடுக: $\int_0^{2\pi} \sin^9 \frac{x}{4}\, dx$

8. மதிப்பிடுக: $\int_0^{\pi/2} \sin^4 x \cos^2 x \; dx$

**7. தொகை நுண்க□ த□– பயன்பாடுகள் ( 10 மதிப்பெண் வினாக்கள் )**

**□று தே□ரி24**

1. ஆரம் ‘ ‘ குத்துயரம் ‘ $h$ ‘ உடைய கூம்பின் கனஅளவைக் காண்க.
2. $\left(\frac{x}{a}\right)^{2/3} + \left(\frac{y}{a}\right)^{2/3} = 1$ என்ற வளைவரையின் நீளத்தைக் காண்க
3. ஆரம் $a$உடைய வட்டத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.
4. $x = a(t-\sin t)$ , $y = a(1-\cos t)$என்ற வளைவரையின் நீளத்தினை $t = 0$ முதல் π வரை கணக்கிடுக.
5. $4y^2 = x^3$என்ற வளைவரையில் $x = 0$இலிருந்து$x = 1$வரையுள்ள வில்லின் நீளத்தைக் காண்க

**□று தே□ரி25**

1. $y = \sin x$என்ற வளைவரை $x = 0$ , $x = \pi$மற்றும் $x$-அச்சு ஆகியவற்றால் ஏற்படும் பரப்பினை $x$-அச்சினைப் பொறுத்து சுழற்றும் போது கிடைக்கும் திடப்பொருளின் வளைபரப்பு $2\pi[\sqrt{2} + \log(1+\sqrt{2})]$என நிறுவுக
2. $x = a(t+\sin t)$ , $y = a(1+\cos t)$என்ற வட்ட உருள்வளை அதன் அடிப்பக்கத்தைப் ($x$ −அச்சு) பொறுத்து சுழற்றுவதால் ஏற்படும் திடப் பொருளின் வளைப்பரப்பைக் காண்க
3. $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்தின் அதன் செவ்வகலம் வரையிலான பரப்பினை $x$ −அச்சின் மீது சுழற்றும்போது கிடைக்கும் திடப் பொருளின் வளைபரப்பைக் காண்க
4. ஆரம் $r$அலகுகள்உள்ள கோளத்தின் மையத்திலிருந்து $a$மற்றும்$b$அலகுகள் தொலைவில் அமைந்த இரு இணையான தளங்கள் கோளத்தை வெட்டும்போது இடைப்படும் பகுதியின் வளைபரப்பு $2\pi r(b-a)$ என நிறுவுக. இதிலிருந்து கோளத்தின் வளைபரப்பை வருவி.$(b > a)$

**8. வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகள் ( 10 மதிப்பெண் வினாக்கள் )**

**□று தே□ரி26**

1. ஒரு இரசாயன விளைவில், ஒரு பொருள் மாற்றம் அடையும் மாறு வீதமானது $t$ நேரத்தில் மாற்றமடையாத அப்பொருளின் அளவிற்கு விகிதமாக உள்ளது. ஒரு மணி நேர முடிவில் 60 கிராமும் மற்றும் 4 மணி நேர முடிவில் 21 கிராமும் மீதமிருந்தால், ஆரம்ப நிலையில், அப்பொருளின் எடையினைக் காண்க. எத்தனை கிராம் இருந்திருக்கும்
2. நுண்ணுயிர்களின் பெருக்கத்தில், பாக்டீரியாவின் பெருக்கவீதமானது அதில் காணப்படும் பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கைக்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. இப்பெருக்கத்தால் பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கை 1 மணி நேரத்தில் மும்மடங்காகிறது எனில் ஐந்து மணி நேர முடிவில் பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கை ஆரம்ப நிலையைக் காட்டிலும் $3^5$ மடங்காகும் எனக் காட்டுக
3. ஒரு நகரத்தில் உள்ள மக்கள் தொகையின் வளர்ச்சிவீதம் அந்நேரத்தில் உள்ள மக்கள் தொகைக்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. 1960 ஆம் ஆண்டில் மக்கள் தொகை 130000 எனவும் 1990 இல் மக்கள் தொகை 160000 ஆகவும் இருப்பின் 2020 ஆம் ஆண்டில் மக்கள் தொகை எவ்வளவாக இருக்கும்?
4. ஒரு கதிரியக்கப் பொருள் சிதையும் மாறுவீதமானது அதன் எடைக்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. அதன் எடை 10 மி.கிராம் ஆக இருக்கும் போது சிதையும் மாறுவீதம் நாளொன்றுக்கு 0.051 மி.கிராம் எனில் அதன் எடை 10 கிராமிலிருந்து 5 கிராமாகக் குறை எடுத்துக் கொள்ளும் கால அளவைக் காண்க

MATHSTIMES

5. ஒரு வங்கியானது தொடர் கூட்டு வட்டி முறையில் வட்டியைக் கணக்கிடுறகிறது. அதாவது வட்டி வீதத்தை அந்தந்த நேரத்தில் அசலின் மாறு வீதத்தில் கணக்கிடுகிறது. ஒருவரது வங்கி இருப்பின் தொடர்ச்சியான கூட்டு வட்டி மூலம் ஆண்டொன்றுக்கு 8%வட்டி பெருகிறது எனில், அவரது வங்கியிருப்பின் ஒரு வருட கால அதிகரிப்பின் சதவீதத்தைக் கணக்கிடுக. [$e^{.08} = 1.0833$எடுத்துக் கொள்க
6. ரூ. 1000 என்ற தொகைக்கு தொடர்ச்சி கூட்டு வட்டி கணக்கிடப்படுகிறது. வட்டி வீதம் ஆண்டொன்றுக்கு 4 சதவீதமாக இருப்பின், அத்தொகை எத்தனை ஆண்டுகளில் ஆரம்பத் தொகையைப் போல் இரு மடங்காகும்? ( $\log_e 2 = 0.6931$)
7. ரேடியம் சிதையும் மாறுவீதமானது, அதில் காணப்படும் அளவிற்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. 50 வருடங்களில் ஆரம்ப அளவிலிருந்து 5 சதவீதம் சிதைந்திருக்கிறது எனில் 100 வருட முடிவில் மீதியிருக்கும் அளவு என்ன? [$A_0$ஐ ஆரம்ப அளவு எனக் கொள்க].

## □று தே□ரி27

1. வெப்பநிலை $15°\,C$உள்ள ஒரு அறையில் வைக்கப்பட்டுள்ள தேநீரின் வெப்பநிலை $100°\,C$ஆகும். அது 5 நிமிடங்களில்$60°C$ஆக குறைந்து விடுகிறது. மேலும் 5 நிமிடம் கழித்து தேநீரின் வெப்ப நிலையினை காண்க
2. ஒரு இறந்தவர் உடலை மருத்துவர் பரிசோதிக்கும் போது, இறந்த நேரத்தை தோராயமாக கணக்கிட வேண்டியுள்ளது. இறந்தவரின் உடலின் வெப்பநிலை காலை 10.00 மணியளவில் $93.4\,°F$என குறித்துக் கொள்கிறார். மேலும் 2 மணி நேரம் கழித்து வெப்பநிலை அளவை $91.4°\,F$ எனக் காண்கிறார். அறையின் வெப்பநிலை அளவு (நிலையானது)$72°\,F$ எனில், இறந்த நேரத்தைக் கணக்கிடுக. (ஒரு மனித உடலின் சாதாரண உஷ்ண நிலை $98.6°\,F$எனக் கொள்க). $\left[\log_e \frac{19.4}{21.4} = -0.0426\ ,\ \log_e \frac{26.6}{21.4} = -0.00945\right]$
3. $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 2e^{3x}$என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க. இங்கு $x = \log 2$ எனில் $y = 0$ மற்றும் $x = 0$ எனில் $y = 0$
4. தீர்க்க :$(D^2 - 6D + 9)y = x + e^{2x}$
5. தீர்க்க :$(D^2 - 1)y = \cos 2x - 2\sin 2x$
6. ஒரு நோயாளியின் சிறுநீரிலிருந்து வேதிப்பொருள் வெளியேறும் அளவினை தொடர்ச்சியாக கேத்தேடர் என்ற கருவியின் மூலம் கண்காணிக்கப்படுகிறது. $t = 0$
என்ற நேரத்தில் நோயாளிக்கு 10 மி.கிராம் வேதிப்பொருள் கொடுக்கப்படுகிறது. இது $-3t^{1/2}$மி.கிராம் / மணி என்னும் வீதத்தில் வெளியேறுகிறது எனில்,
   (i) நேரம்$t > 0$எனும்போது, நோயாளியின் உடலிலுள்ள வேதிப்பொருளின் அளவைக் காணும் பொதுச் சமன்பாடு என்ன?
   (ii) முழுமையாக வேதிப்பொருள் வெளியேற எடுத்துக் கொள்ளும் குறைந்தபட்ச கால அளவு என்ன?

### 9. தனிநிலைக் கணக்கியல் ( 6 மதிப்பெண் வினாக்கள் )

## □று தே□ரி28

(1) $p \to q \equiv (\sim p) \vee q$ எனக் காட்டுக.
(2) $p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p)$எனக் காட்டுக.
(3) $p \leftrightarrow q \equiv ((\sim p) \vee q) \wedge ((\sim q) \vee p)$எனக் காட்டுக.
(4) $\sim (p \wedge q) \equiv ((\sim p) \vee (\sim q))$எனக் காட்டுக.
(5) $p \to q$ மற்றும் $q \to p$ சமானமற்றவை எனக் காட்டுக.
(6) $(p \wedge q) \to (p \vee q)$என்பது ஒரு மெய்மை எனக் காட்டுக.
(7) $(p \wedge q) \vee (\sim r)$-க்குரிய மெய் அட்டவணையை அமைக்க.
(8) $(p \vee q) \wedge r$ -இன் மெய் அட்டவணையை அமைக்க.

## □று தே□ரி29

1. $(p \vee q) \wedge r$ -இன் மெய் அட்டவணையை அமைக்க.
2. $(p \wedge q) \vee [\sim (p \wedge q)]$-இன் மெய் அட்டவணையை அமைக்க.
3. $(p \vee q) \vee r$ -இன் மெய் அட்டவணையை அமைக்க.
4. $\sim (p \vee q) \equiv (\sim P) \wedge (\sim q)$ எனக் காட்டுக.
5. $((\sim p) \vee (\sim q)) \vee p$ஒரு மெய்மை எனக் காட்டுக.
6. $((\sim q) \wedge p) \wedge q$ ஒரு முரண்பாடு எனக் காட்டுக.
7. $((\sim P) \vee q) \vee (p \wedge (\sim q))$ஒரு மெய்மையா என்பதனை மெய் அட்டவணையைக் கொண்டு தீர்மானிக்க.
8. $(p \wedge (\sim p)) \wedge ((\sim q) \wedge p)$ ஒரு மெய்மையா என்பதனை மெய் அட்டவணையைக் கொண்டு தீர்மானிக்க.

## □று தே□ரி30

MATHSTIMES

1. $(Z,+)$ஒரு முடிவற்ற எபீலியன் குலம் என நிறுவுக
2. $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-1&0\\0&-1\end{pmatrix}$ஆகிய நான்கு அணிகளும் அடங்கிய கணம் அணிப்பெருக்கலின் கீழ் ஒரு எபீலியன் குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.
3. குலத்தின் நீக்கல் விதிகளை எழுதி நிறுவுக.
4. எதிர்மறை விதியினை எழுதி நிரூபி.
5. 1 இன் 4-ஆம் படி மூலங்கள் பெருக்கலின் கீழ் எபீலியன் குலத்தை அமைக்கும் என நிறுவுக
6. 1 இன் 3 ஆம் படி மூலங்கள் ஒரு முடிவான எபீலியன் குலத்தை பெருக்கலின் கீழ் அமைக்கும் எனக் காட்டுக.
7. 2 X 2 வரிசை கொண்ட பூச்சியமற்ற கோவை அணிகள் யாவும் முடிவற்ற எபீலியன் அல்லாத குலத்தை அணி பெருக்கலின் கீழ் அமைக்கும் எனக் காட்டுக. (இங்கு அணியின் உறுப்புகள் யாவும் Rஐச் சேர்ந்தவை).
8. பூச்சியமற்ற கலப்பெண்களின் கணம், கலப்பெண்களின் வழக்கமான பெருக்கலின் கீழ் ஒரு எபீலியன் குலம் எனக் காட்டுக.

**9. தனிநிலைக் கணக்கியல் ( 10 மதிப்பெண் வினாக்கள் )**

## □று தே□ரி31

1. $\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}\omega&0\\0&\omega^2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}\omega^2&0\\0&\omega\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&\omega^2\\\omega&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&\omega\\\omega^2&0\end{pmatrix}\right\}$என்கிற கணம் அணிப்பெருக்கலின் கீழ் ஒரு குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.$(\omega^3 = 1)$
2. 11-இன் மட்டுக்கு காணப்பெற்ற பெருக்கலின்கீழ் $\{[1], [3], [4], [5], [9]\}$என்ற கணம் ஒரு எபீலியன் குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.
3. $(Z_7 - \{[0]\}, \cdot x_7)$ஒரு குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக
4. பூச்சியமற்ற கலப்பெண்களின் கணமான $C - \{0\}$இல் வரையறுக்கப்பட்ட $f_1(z) = z,\ f_2(z) = -z, f_3(z) = \frac{1}{z}, f_4(z) = -\frac{1}{z}\ \forall\ z \in C - \{0\}$என்ற சார்புகள் யாவும் அடங்கிய கணம்$f_1, f_2, f_3, f_4$ஆனது சார்புகளின் சேர்ப்பின் கீழ் ஒரு எபீலியன் குலம் அமைக்கும் என நிறுவுக
5. $\begin{pmatrix}x&x\\x&x\end{pmatrix}; x \in \mathbb{R} - \{0\}$என்ற அமைப்பில் உள்ள அணிகள் யாவும் அடங்கிய கணம் $G$ஆனது அணிப்பெருக்கலின் கீழ் ஒரு குலம் எனக் காட்டுக.

## □று தே□ரி32

1. $\begin{pmatrix}a&0\\0&0\end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R} - \{0\}$அமைப்பில் உள்ள எல்லா அணிகளும் அடங்கிய கணம் அணிப்பெருக்கலின் கீழ் ஒரு எபீலியன் குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.
2. $(\mathbb{Z}, *)$ஒரு முடிவற்ற எபீலியன் குலம் எனக் காட்டுக. இங்கு $*$ஆனது $a * b = a + b + 2$ எனுமாறு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.
3. $G$என்பது மிகை விகிதமுறு எண் கணம் என்க.$a * b = \frac{ab}{3}, a, b \in G$எனுமாறு வரையறுக்கப்பட்ட செயலி $*$-இன் கீழ் $G$ ஒரு குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.
4. 1ஐத் தவிர மற்ற எல்லா விகிதமுறு எண்களும் அடங்கிய கணம் $G$என்க. $G$ல் $*$ஐ$a * b = a + b - ab,\ \ \forall a, b \in G$எனுமாறு வரையறுப்போம். $(G, *)$ஒரு முடிவற்ற எபீலியன் குலம் எனக் காட்டுக
5. $-1$ –ஐ தவிர மற்ற எல்லா விகிதமுறு எண்களும் உள்ளடக்கிய கணம் $G$ஆனது $a * b = a + b + ab\ \ a, b \in G$.எனுமாறு வரையறுக்கப்பட்ட செயலி $*$ - இன் கீழ் ஒரு எபீலியன் குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

## □று தே□ரி33

1. வழக்கமான பெருக்கலின் கீழ் $1$ –இன் $n$ –ஆம் படி மூலங்கள் முடிவான குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக
2.. $(Z_n, +_n)$ஒரு குலம் எனக் காட்டுக
3. $G = \{2^n\ /\ n\ \in \mathbb{Z}\}$என்ற கணமானது பெருக்கலின் கீழ் ஒரு எபீலியன் குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக
4. $|z| = 1$எனுமாறு உள்ள கலப்பெண்கள் யாவும் அடங்கிய கணம் $M$ஆனது கலப்பெண்களின் பெருக்கலின் கீழ் ஒரு குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.
5. $G = \{a + b\sqrt{2}\ /\ a, b\ \in Q\}$என்பது கூட்டலைப் பொறுத்து ஒரு முடிவற்ற எபீலியன் குலம் எனக் காட்டுக.

## □று தே□ரி34

1) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி $X$-இன் நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு பரவல் பின்வருமாறு உள்ளது

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(X = x)$ | $k$ | $3k$ | $5k$ | $7k$ | $9k$ | $11k$ | $13k$ |

(1) $k$-இன் மதிப்பு காண்க. (2) $P(X < 4)$, $P(X \geq 5)$, $P(3 < X \leq 6)$இவற்றின் மதிப்பு காண்க.

(3) $P(X \leq x) > \frac{1}{2}$ஆக இருக்க $x$இன் மீச்சிறு மதிப்பு காண்க.

2) ஒரு கொள்கலத்தில் 4 வெள்ளை மற்றும் 3 சிவப்புப் பந்துகளும் உள்ளன. 3 பந்துகளை ஒவ்வொன்றாக எடுக்கும்போது, சிவப்பு நிறப் பந்துகளின் எண்ணிக்கையின் நிகழ்தகவுப் பரவல் (நிறைச்சார்பு) காண்க.

MATHSTIMES

3) ஐந்து வயதுடைய ஒரு உயர்ந்த வகை நாயின் முழு ஆயட்காலம் ஒரு சமவாய்ப்பு மாறியாகும். அதன் பரவல் சார்பு (சேர்ப்பு) $F(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x \le 5 \\ 1 - \frac{25}{x^2} & , x > 5 \end{cases}$ எனில் 5 வயதுடைய நாய்(i) 10ஆண்டுகளுக்குக் குறைவாக(ii) 8ஆண்டுகளுக்குக் குறைவாக(iii) 12இலிருந்து15ஆண்டுகள் வரை உயிர் வாழ்வதற்கான நிகழ்தகவு காண்க. அதிகமாக

4) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி$x$இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு
$f(x) = \begin{cases} k x^{\alpha - 1} e^{-\beta x^{\alpha}} , & x, \alpha, \beta > 0 \\ 0 & , \text{k‰wgo} \end{cases}$ எனில்(i) $k$ இன் மதிப்பு காண்க.(ii) $P(X > 10)$காண்க.

5) ஒரு பேருந்து நிலையத்தில், ஒரு நிமிடத்திற்கு உள்ளே வரும் பேருந்துகளின் எண்ணிக்கை பாய்ஸான் பரவலைப் பெற்றிருக்கிறது எனில்$\lambda = 0.9$ ,எனக் கொண்டு
   i. 5 நிமிட கால இடைவெளியில் சரியாக 9 பேருந்துகள் உள்ளே வர
   ii. 8 நிமிட கால இடைவெளியில் 10க்கும் குறைவாக பேருந்துகள் உள்ளே வர
   iii. 11 நிமிட கால இடைவெளியில் குறைந்தபட்சம் 14 பேருந்துகள் உள்ளே வர நிகழ்தகவு காண்க.

6) ஒரு நகரத்தில் வாடகை வண்டி ஓட்டுனர்களால் ஏற்படும் விபத்துகளின் எண்ணிக்கை பாய்ஸான் பரவலை ஒத்திருக்கிறது.இதன் பண்பளவை 3 எனில்,1000 ஓட்டுநர்களில்(i)ஒரு வருடத்தில் ஒரு விபத்தும் ஏற்படாமல் (ii)ஒரு வருடத்தில் மூன்று விபத்துகளுக்கு மேல் ஏற்படாமல் இருக்கும்படியான ஓட்டுனர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க. $[e^{-3} = 0.0498]$

## □று தே□ளி35

1. ஒரு இயல்நிலைப் பரவலின் நிகழ்தகவுப் பரவல்$f(x) = ce^{-x^2 + 3x}, -\infty < X < \infty$எனில் $c, \mu, \sigma^2$இவற்றைக் காண்க
2. இயல்நிலை மாறி$X$-ன் சராசரி 6 மற்றும் திட்ட விலக்கம் 5 ஆகும்.(i)$P(0 \le X \le 8)$(ii) $P(|X - 6|) < 10$ ஆகியவற்றைக் காண்க
3. ஒரு தேர்வில் 1000 மாணவர்களின் சராசரி மதிப்பெண் 34 மற்றும் திட்ட விலக்கம் 16 ஆகும். மதிப்பெண் இயல்நிலைப் பரவலை பெற்றிருப்பின் (i) 30 இலிருந்து 60 மதிப்பெண்களுக்கிடையே மதிப்பெண் பெற்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கை (ii)மத்திய 70%மாணவர்கள் பெறும் மதிப்பெண்களின் எல்லைகள் இவற்றைக் காண்க.
4. இயல்நிலைப் பரவலின் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு$f(x) = ke^{-2x^2 + 4x}, -\infty < X < \infty$எனில் $k, \mu$மற்றும்$\sigma^2$இன் மதிப்பு காண்க
5. நவீன சிற்றுந்துகளில் பொருத்தப்படும் சக்கரங்களிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் சக்கரத்தின் காற்றழுத்தம் இயல்நிலைப் பரவலை ஒத்திருக்கிறது. காற்றழுத்த சராசரி 31 psi. மேலும் திட்ட விலக்கம் 0.2 psi எனில் (i) (a) 30.5 psi க்கும 31.5 $psi$ க்கும் இடைப்பட்ட காற்றழுத்தம்(b) 30psiக்கும்32 psiக்கும் இடைப்பட்ட காற்றழுத்தம் என இருக்கும்படியாக சக்கரத்தினை தேர்ந்தெடுக்க நிகழ்தகவு காண்க. (ii)சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் சக்கரத்தின் காற்றழுத்தம் 30.5 psiக்கு அதிகமாக இருக்க நிகழ்தகவு காண்க.
6. ஒரு குறிப்பிட்ட கல்லூரியில் 500 மாணவர்களின் எடைகள் ஒரு இயல்நிலைப் பரவலை ஒத்திருப்பதாகக கொள்ளப்படுகிறது . இதன் சராசரி 151 பவுண்டுகளாகவும் திட்ட விலக்கம் 15 பவுண்டுகளாகவும் உள்ளன. (i) 120பவுண்டுக்கும்155பவுண்டுக்கும் இடையேயுள்ள மாணவர்கள்(ii) 185பவுண்டுக்கு மேல் நிறையுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை காண்க

| $z$ | $0\cdot267$ | $2\cdot067$ | $2\cdot27$ | $2\cdot5$ | $0\cdot4$ | $1\cdot2$ | $2$ | $0\cdot25$ | $1\cdot63$ | $1\cdot4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| பரப்பு | $0\cdot1064$ | $0\cdot4808$ | $0\cdot4884$ | $0\cdot4938$ | $0\cdot1554$ | $0\cdot3849$ | $0\cdot4772$ | $0\cdot0987$ | $0\cdot4484$ | $0\cdot35$ |

MATHSTIMES