மேனிலை இரண்டாம் ஆண்டு மாதிரி முழு தேர்வு - 1

நேரம் :3 மணி **கணிதம்** மொத்த மதிப்பெண்கள்: 200

பகுதி – அ

குறிப்பு: 1. ஆனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க.
2. கொடுக்கப்பட்ட நான்கு வினாக்களில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை தேர்வு செய்க 40 x 1 = 40

1. A = $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ எனில், A^{12} என்பது

a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 60 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 5^{12} \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. A,B என்ற ஏதேனும் இரு அணிகளுக்கு AB = O என்று இருந்து மேலும் A பூச்சியமற்ற கோவை அணி எனில்,
a) B = O b) B ஒரு பூச்சியக் கோவை அணி c) B ஒரு பூச்சியமற்ற கோவை அணி d)B = A

3. அலகு அணி I ன் வரிசை $n, k \neq 0$ ஒரு மாறிலி எனில்,adj (kI) = ……
a) $k^n adj(I)$ b) $k\ adj(I)$ c) $k^2 adj(I)$ d) $k^{n-1} adj(I)$

4. $\rho(A)=r$ எனில் பின்வருவனவற்றுள் எது சரி?
a) r வரிசையுடைய அனைத்து சிற்றணிக் கோவைகளின் மதிப்பும் பூச்சியங்களாக இருக்காது
b) A ஆனது குறைந்தபட்சம் ஒரு r வரிசை பூச்சியமற்ற சிற்றணிக் கோவையாவது பெற்றிருக்கும்
c) A ஆனது குறைந்தபட்சம் ஒரு (r+1) வரிசையுடைய சிற்றணிக்கோவையின் மதிப்பு பூச்சியமாக இருக்கும்படியாக பெற்றிருக்கும்
d) அனைத்து (r+1) வரிசை மற்றும் அதைவிட அதிகமான வரிசை கொண்ட பூச்சியமற்ற சிற்றணிக் கோவைகள் இருக்கும்

5. $\vec{r} = (\vec{i}-\vec{k}) + t\ (3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k})$ என்ற கோடும் $\vec{r}\cdot(\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}) = 8$ என்ற தளமும் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி
a) (8, 6, 22) b) (-8, - 6, -22) c) (4, 3, 11) d) (-4, -3, -11)

6. $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{-3}$ மற்றும் $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-3}$ என்ற இணைகோடுகளுக்கிடையேயுள்ள மிகக் குறைந்த தொலைவு
a) 3 b) 2 c) 1 d) 0

7. $\vec{a}$ ஒரு பூச்சியமற்ற வெக்டராகவும் m ஒரு திசையிலியாகவும் இருப்பின் $m\vec{a}$ ஆனது ஓரலகு வெக்டர் எனில்
a) $m = \pm 1$ b) $a = |m|$ c) $a = \frac{1}{|m|}$ d) a = 1

8. $2\vec{i}+3\vec{j}+4\vec{k}$, $a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் செங்குத்து வெக்டர்களாயின்,
a) a = 2, b = 3, c = -4 b) a = 4, b = 4, c = 5 c) a = 4, b = 4, c = -5 d)a = -2, b =3, c =4

9. $\vec{a} = \vec{j} - 2\vec{k}$ மற்றும் $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ எனில் $\vec{a}\cdot\vec{b}$ இன் மதிப்பு
a) 7 b) -7 c) 5 d) 6

10. A இன் நிலை வெக்டர் $2\vec{i} - 6\vec{j} + 7\vec{k}$, மற்றும் B இன் நிலை வெக்டர் $3\vec{i} - \vec{j} - 5\vec{k}$, என்க. ஒரு துகள் A என்ற புள்ளியிலிருந்து B என்ற புள்ளிக்கு $\vec{F} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ என்ற விசையின் செயல்பாட்டினால் நகர்த்தப்பெற்றால் அவ்விசை செய்யும் வேலையளவு
a) 25 b) 26 c) 27 d) 28

11. −i +2 என்பது $ax^2 - bx + c = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலமெனில் மற்றொரு தீர்வு
a) $-i-2$ b) $i-2$ c) $2+i$ d) $2i+i$

12. ω என்பது 1ன் முப்படி மூலமெனில் $(1-\omega+\omega^2)^4 + (1+\omega-\omega^2)^4$ ன் மதிப்பு
a) 0 b) 32 c) -16 d) -32

13. ω என்பது 1ன் முப்படி மூலமெனில் $(1-\omega)\ (1-\omega^2)\ (1-\omega^4)(1-\omega^8)$ ன் மதிப்பு
a) 9 b) -9 c) 16 d) 32

14. $\sqrt{5}$ இன் இணைக் கலப்பெண்
a) $\sqrt{5}$ b) $-\sqrt{5}$ c) $i\sqrt{5}$ d) $-i\sqrt{5}$

15. $12y^2 - 4x^2 - 24x + 48y - 127 = 0$ என்ற அதிபரவளையத்தின் மையத்தொலைதகவு.
a) 4 b) 3 c) 2 d) 6

16. $36y^2 - 25x^2 + 900 = 0$ என்ற அதிபரவளையத்தின் தொலைதொடுகோடுகள்

a) $y = \pm\frac{6}{5}x$ b) $y = \pm\frac{5}{6}x$ c) $y = \pm\frac{36}{25}x$ d) $y = \pm\frac{25}{36}x$

17. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ என்ற அதிபரவளையத்தின் செங்குத்து தொடுகோடுகளின் வெட்டும் புள்ளியின் நியமப்பாதை.

a) $x^2 + y^2 = 25$ b) $x^2 + y^2 = 4$ c) $x^2 + y^2 = 3$ d) $x^2 + y^2 = 7$

18. $y^2 = 4x$ -இன் செவ்வகலத்தின் நீளம்

a) 2 b) 3 c) 1 d) 4

19. $x = e^t \cos t$; $y = e^t \sin t$ என்ற வளைவரையின் தொடுகோடு x அச்சுக்கு இணையாகவுள்ளது. எனில் t ன் மதிப்பு

a) $-\pi/4$ b) $\pi/4$ c) 0 d) $\pi/2$

20. ஒரு நேர்க்கோட்டில் நகரும் புள்ளியின் திசைவேகமானது, அக்கோட்டில் ஒரு நிலைப்புள்ளியிலிருந்து நகரும் புள்ளிக்கு இடையில் உள்ள தொலைவின் வர்க்கத்திற்கு நேர் விகிதமாக அமைந்துள்ளதெனில் அதன் முடுக்கம் பின்வரும் ஒன்றினுக்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது.

a) s b) s^2 c) s^3 d) s^4.

21. f(x) = cos x / 2 என்ற சார்பிற்கு $[\pi, 3\pi]$ ல் ரோல் தேற்றத்தின்படி அமைந்த c ன் மதிப்பு

a) 0 b) 2π c) $\pi/2$ d) $3\pi/2$

22. வெள்ளப் பெருக்கத்தின் போது ஹெலிகாப்டர் மூலம் இடப்பட்ட உணவுப் பொருட்கள் " t " வினாடியில் கடந்த தூரம் $y = \frac{1}{2}gt^2$ $\left(g = 9.8\ m/s^2\right)$. ஏனில் அது போடப்பட்ட 2-வினாடிகளுக்குப் பின் அப்பொருளின் வேகம்

a) 19.6 மீ / வினாடி b) 9.8 மீ / வினாடி c) – 19.6 மீ / வினாடி d) – 9.8 மீ / வினாடி

23. $ay^2 = x^2(3a-x)$ என்ற வளைவரை y அச்சை வெட்டும் புள்ளிகள்.

a) x = - 3a , x = 0 b) x =0, x = 3a. c) x = 0, x = a. d) x = 0

24. $u = x^y$ எனில் $\frac{\partial u}{\partial x}$ க்கு சமமானது

a) yx^{y-1}. b) u log x c) u log y d) xy^{x-1}.

25. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^{5/3}x}{\cos^{5/3}x + \sin^{5/3}x}\,dx$ ன் மதிப்பு

a) $\pi/2$ b) $\pi/4$ c) 0 d) π

26. $\int_0^1 x(1-x)^4\,dx$ ன் மதிப்பு.

a) 1/ 12 b) 1/30 c) 1/ 24 d) 1/ 20

27. $\int_0^{\pi/4} \cos^3 2x\,dx$ ன் மதிப்பு

a) 2 / 3 b) 1/ 3 c) 0 d) $2\pi/3$

28. $\int_a^b f(x)\,dx =$

a) $2\int_0^a f(x)\,dx$ b) $\int_a^b f(a-x)\,dx$ c) $\int_a^b f(b-x)\,dx$ d) $\int_a^b f(a+b-x)\,dx$

29. $(3D^2+D-14)\,y = 13e^{2x}$ ன் சிறப்பு தீர்வு

a) $26\,x\,e^{2x}$. b) $13\,x\,e^{2x}$. c) $x\,e^{2x}$. d) $\frac{x^2}{2}e^{2x}$

30. $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ என்ற வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் தொகைக் காரணி cos x எனில் P ன் மதிப்பு

a) – cot x. b) cot x c) tan x d) – tan x.

31. m < 0 ஆக இருப்பின் $\frac{dx}{dy} + mx = 0$ ன் தீர்வு

a) $x = ce^{my}$. b) $x = ce^{-my}$. c) x = my + c. d) x = c.

32. $y'' + 3y'^2 + y^3 = 0$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி

a) 2,2 b) 2,1 c) 1,2 d) 3,1

33. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எவை கூற்றுகள் ?

i) கடவுள் உன்னை ஆசிர்வதிக்கட்டும் ii) ரோசா ஒரு பூ

iii) பாலின் நிறம் வெண்மை. iv) 1 ஒரு பகா எண்

a) (i), (ii), (iii) b) (i), (ii),(iv) c) (i), (iii), (iv) d) (ii), (iii), (iv)

34. p யின் மெய்மதிப்பு T மற்றும் q ன் மெய்மதிப்பு F எனில் பின்வருவனவற்றில் எவை மெய்மதிப்பு T என இருக்கும்?
(i) p v q (ii) ~ p v q iii) p v ~q iv) p ^ ~ q.
a) (i), (ii), (iii) b) (i), (ii),(iv) c) (i), (iii), (iv) d) (ii), (iii), (iv)

35. நிபந்தனைக் கூற்று $p \to q$ க்கு சமானமானது
a) p v q. b) p v ~ q c) ~p v q. d) p ^ q.

36. பின்வருவனவற்றுள் எவை கூற்றுகள்?
i. 7 + 2 < 10 ii. விகிதமுறு எண் கணம் முடிவானது
iii. நீ எவ்வளவு அழகாக இருக்கிறாய்? iv. உனக்கு வெற்றி கிட்டட்டும்
a) (iii) (iv) b) (i) , (ii) c) (i) , (iii) d) (ii) , (iv)

37. 400 மாணவர்கள் எழுதிய கணிதத் தேர்வின் மதிப்பெண்கள் இயல்நிலை பரவலை ஒத்திருக்கிறது. இதன் சராசரி 65. மேலும் 120 மாணவர்கள்85 மதிப்பெண்களுக்கு மேல் பெற்றிருப்பின் மதிப்பெண்கள் 45 லிருந்து 65 க்குள் பெறும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை.
a) 120 b) 20 c) 80 d) 160

38. $f(x) = \frac{A}{\pi}\frac{1}{16+x^2}, -\infty < x < \infty$ என்பது X என்ற தொடர் சமவாய்ப்பு மாறியின் ஒரு நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு (p.d.f) எனில் A ன் மதிப்பு
a) 16 b) 8 c) 4 d) 1

39. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X ன் நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு (p.d.f) பின்வருமாறு

x	0	1	2	3	4	5	6	7
P(X=x)	0	K	2k	2k	3k	K^2	$2k^2$	$7k^2+k$

k ன் மதிப்பு
a) 1/ 8 b) 1/ 10 c) 0 d) -1 or 1/10

40. ஒரு தொடர் சமவாய்ப்பு மாறி X இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு f(x) எனில்
a) $0 \le f(x) \le 1$ b) $f(x) \ge 0$ c) $f(x) \le 1$ d) $0 < f(x) < 1$

பகுதி – ஆ

குறிப்பு: 1. எவையேனும் 10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்
2. வினா எண் 55க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும் பிற வினாக்களிலிருந்து ஏதேனும் 9 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். 10×× 6=60

41. $\begin{bmatrix} 3 & 1 & -5 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & -5 \\ 1 & 5 & -7 & 2 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

42. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்ற ஏதேனும் மூன்று வெக்டர்களுக்கு $\left[\vec{a}-\vec{b}, \vec{b}-\vec{c}, \vec{c}-\vec{a}\right]=0$ என நிரூபி.

43. $2\vec{i}+6\vec{j}-7\vec{k}$ மற்றும் $-2\vec{i}+4\vec{j}-3\vec{k}$ எனும் நிலை வெக்டர்களையுடைய புள்ளிகள் முறையே A , B ஆகும். இவற்றை இணைக்கும் கோட்டை விட்டமாகக் கொண்ட கோளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க. மேலும் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க.

44. (i) போலார் வடிவில் எழுதுக. ($-1-i$)
(ii) $\omega^3=1$, எனில் $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^5+\left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^5=-1$ என நிறுவுக

45. $(-7+24i)$-இன் வர்க்கமூலம் காண்க.

46. அதிபரவளையத்தின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியிலிருந்து அதன் தொலைத் தொடுகோடுகளின் செங்குத்துத் தூரங்களின் பெருக்குத் தொகை ஒரு மாறிலி என்றும் அதன் மதிப்பு $\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$ எனவும் காட்டுக. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

47. (i) மேக்லாரின் விரிவு காண்க e^x
(ii) மதிப்பு காண்க: $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{e^x}$

48. பின்வரும் சார்புகள் எந்த இடைவெளிகளில் குழிவு அடைகின்றன என்பதையும் மற்றும் வளைவு மாற்றுப் புள்ளிகளையும் காண்க. $f(x)= 2x^3+5x^2-4x$

49. $U=(x-y)(y-z)(z-x)$ எனில் $U_x+U_y+U_z=0$ எனக் காட்டுக.

50. (x,y) என்ற புள்ளியில் சாய்வு $1+\frac{y}{x}$ எனக் கொண்டு,(1,0) என்ற புள்ளி வழியாகச் செல்லக் கூடிய வளைவரையின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

51. $p\leftrightarrow q\equiv(p\to q)\wedge(q\to p)$ எனக் காட்டுக.

52. குலத்தின் நீக்கல் விதிகளை எழுதி நிறுவுக.

53.பின்வரும் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பிற்கு சராசரியையும், பரவற்படியையும் காண்க. $f(x)=\begin{cases}3e^{-3x} & ,\ 0<x<\infty\\ 0 & ,\ elsewhere\end{cases}$

54. ஒரு குறிப்பிட்ட தேர்வில், தேர்ச்சி பெற்றவர்களின் சதவீதம் 80 ஆகும். 6 நபர்கள் தேர்வு எழுதினால், குறைந்தபட்சம் 5 நபர்கள் தேர்ச்சி பெற நிகழ்தகவு காண்க

55.(a) பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பு ஒருங்கமைவு உடையதா என்பதை ஆராய்க. ஒருங்கமைவு உடையதாயின் அவற்றைத் தீர்க்க $x-4y+7z=14$; $3x+8y-2z=13$; $7x-8y+26z=5$

(அல்லது)

(b) மதிப்பிடுக: $\int_0^{\pi/2}\log(\tan x)\,dx$

பகுதி – இ

குறிப்பு: 1. எவையேனும் 10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்

2. வினா எண் 70க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும் பிற வினாக்களிலிருந்து ஏதேனும் 9 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். 10×× 10=100

56. λ-இன் எல்லா மதிப்புகளுக்கும் பின்வரும் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பின் தீர்வுகளை தர முறையில் ஆராய்க. $x+y+z=2$, $2x+y-2z=2$, $\lambda x+y+4z=2$

57 .வெட்டுத்துண்டு வடிவில் ஒரு தளத்தின் சமன்பாட்டைத் தருவிக்க.

58. $x^2-2x+4=0$ -இன் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் $\alpha^n-\beta^n=i2^{n+1}\sin\frac{n\pi}{3}$ அதிலிருந்து $\alpha^9-\beta^9$ மதிப்பை பெறுக.

59. $5x+12y=9$ என்ற நேர்க்கோடு அதிபரவளையம் $x^2-9y^2=9$ -ஐத் தொடுகிறது என நிரூபிக்க மேலும் தொடும் புள்ளியையும் காண்க.

60. $36x^2+4y^2+72x-32y-44=0$ என்ற நீள்வட்டத்தின் மையத் தொலைத்தகவு, மையம், குவியங்கள், உச்சிகள் ஆகியவற்றைக் காண்க. மேலும் அதன் வளைவரையை வரைக.

61. ஒரு ரயில்வே பாலத்தின் மேல் வளைவு பரவளையத்தின் அமைப்பைக் கொண்டுள்ளது. அந்த வளைவின் அகலம் 100 அடியாகவும் அவ்வளைவின் உச்சிப்புள்ளியின் உயரம் பாலத்திலிருந்து 10 அடியாகவும் உள்ளது எனில், பாலத்தின் மத்தியிலிருந்து இடப்புறம் அல்லது வலப்புறம் 10 அடி தூரத்தில் பாலத்தின் மேல் வளைவு எவ்வளவு உயரத்தில் இருக்கும் எனக் காண்க.

62. $y=x^2$ மற்றும் $y=(x-2)^2$ என்ற வளைவரைகள் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளியில் அவைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.

63. 3 கி.மீ அகலத்தில் நேராக ஓடும் ஆற்றின் ஒரு கரையில் P என்கிற புள்ளியில் ஒருவர் நிற்கின்றார். அவர் நீரோட்ட திசையில், கரையின் எதிர்பக்கம் 8 கி.மீ. தொலைவிலுள்ள Qவை நோக்கி வேகமாகச் சென்று அடைய வேண்டியுள்ளது. அவர் படகை நேராக எதிர்த்திசை Rக்கு ஓட்டிச் சென்று அங்கிருந்து Qக்கு ஓடிச்செல்லலாம் அல்லது Qக்கு நேராக படகை ஓட்டிச் செல்லலாம் அல்லது Q மற்றும் Rக்கு இடையேயுள்ள Sக்கு ஓட்டிச் சென்று அங்கிருந்து Qக்கு ஓடிச் செல்லலாம். அவர் படகு ஓட்டிச் செல்லும் வேகம் 6 கி.மீ / மணி, ஓடும் வேகம் 8 கி.மீ / மணி எனில் Qவை வேகமாகச் சென்றடைய அவர் படகை எங்கே கரை சேர்க்க வேண்டும்

64. $y=x^3+1$ என்கிற வளைவரையை வரைக.

65. $y=x^3$ என்ற வளைவரைக்கும் $y=x$ என்ற கோட்டிற்கும் இடைப்பட்ட அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

66. $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்தின் அதன் செவ்வகலம் வரையிலான பரப்பினை x −அச்சின் மீது சுழற்றும்போது கிடைக்கும் திடப் பொருளின் வளைபரப்பைக் காண்க.

67. நுண்ணுயிர்களின் பெருக்கத்தில், பாக்டீரியாவின் பெருக்கவீதமானது அதில் காணப்படும் பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கைக்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. இப்பெருக்கத்தால் பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கை 1 மணி நேரத்தில் மும்மடங்காகிறது எனில் ஐந்து மணி நேர முடிவில் பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கை ஆரம்ப நிலையைக் காட்டிலும் 3^5 மடங்காகும் எனக் காட்டுக.

68. $G = \{2^n \ / \ n \ \in \mathbb{Z}\}$ என்ற கணமானது பெருக்கலின் கீழ் ஒரு எபீலியன் குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

69. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி x இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

$f(x) = \begin{cases} kx^{\alpha-1}\, e^{-\beta x^{\alpha}}, & x, \alpha, \beta > 0 \\ 0 & \text{, மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$ எனில் (i) k இன் மதிப்பு காண்க. (ii) $P(X > 10)$

70. (a) $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = -2\vec{i} + 5\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{j} - 3\vec{k}$ எனில் $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a}.\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}.\vec{b})\vec{c}$ என சரிபார்க்க

(அல்லது)

(b) எந்தவொரு புள்ளியிலும் சாய்வு $y + 2x$ எனக் கொண்டு ஆதிவழியாகச் செல்லும் வளைவரையின் சமன்பாடு $y = 2(e^x - x - 1)$ எனக் காட்டுக.