மேனிலை இரண்டாம் ஆண்டு மாதிரி முழு தேர்வு - 3

நேரம் :3 மணி **கணிதம்** மொத்த மதிப்பெண்கள்: 200

பகுதி – அ

குறிப்பு: 1. ஆனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க.

2. கொடுக்கப்பட்ட நான்கு வினாக்களில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை தேர்வு செய்க 40 x 1 = 40

1. $x = 2$ ல் $y = -2x^3 + 3x + 5$ என்ற வளைவரையின் சாய்வு

a) -20 b) 27 c) -16 d) -21

2. $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ எனும் வளைவரையின் துணை அலகுச் சமன்பாடுகள்

a) $x = a\sin^3\theta$; $y = a\cos^3\theta$ b) $x = a\cos^3\theta$; $y = a\sin^3\theta$

c) $x = a^3\sin\theta$; $y = a^3\cos\theta$ d) $x = a^3\cos\theta$; $y = a^3\sin\theta$

3. $y^2 = x$ மற்றும் $x^2 = y$ என்ற பரவளையங்களுக்கிடையே ஆதியில் அமையும் கோணம்

a) $2\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ b) $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ c) $\pi/2$ d) $\pi/4$

4. இடைமதிப்பு விதியின் மாற்று வடிவம்

a) $f(a+h) = f(a) - hf'(a+\theta h)$ $0 < \theta < 1$

b) $f(a+h) = f(a) + hf'(a+\theta h)$ $0 < \theta < 1$

c) $f(a+h) = f(a) + hf'(a-\theta h)$ $0 < \theta < 1$

d) $f(a+h) = f(a) - hf'(a-\theta h)$ $0 < \theta < 1$

5. பின்வருவனவற்றுள் சரியான கூற்றுகள் :

i) ஒரு வளைவரை ஆதியை பொறுத்து சமச்சீர் பெற்றிருப்பின அது இரு அச்சுகளைப் பொறுத்தும் சமச்சீர் பெற்றிருக்கும்.

ii) ஒரு வளைவரை இரு அச்சுகளை பொறுத்து சமச்சீர் பெற்றிருப்பின் அது ஆதியை பொறுத்தும் சமச்சீர் பெற்றிருக்கும்..

iii) $f(x,y) = 0$ என்ற வளைவரை $y = x$ என்ற கோட்டை பொறுத்து சமச்சீர் பெற்றுள்ளதெனில் $f(x,y) = f(y, x)$

iv) $f(x,y) = 0$, என்ற வளைவரைக்கு $f(x,y) = f(-y,-x)$, உண்மையாயின் அது ஆதியை பொறுத்து சமச்சீர் பெற்றிருக்கும்

a) (ii), (iii) b) (i), (iv) c) (i), (iii) d) (ii), (iv)

6. $u = f\left(\frac{y}{x}\right)$ எனில் $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y}$ ன் மதிப்பு.

a) 0 b) 1 c) 2 u d) u

7. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கும் அதன் துணை வட்டத்திற்கும் இடைப்பட்ட பரப்பு

a) $\pi b(a-b)$ b) $2\pi a(a-b)$ c) $\pi a(a-b)$ d) $2\pi b(a-b)$

8. பரவளையம் $y^2 = x$ அதன் செவ்வகலத்திற்கும் இடைப்பட்ட பரப்பு.

a) 4 / 3 b) 1 / 6 c) 2 / 3 d) 8 / 3

9. $x = 0$ லிருந்து $x = \pi / 4$ வரையிலான $y = \sin x$ மற்றும் $y = \cos x$ என்ற வளைவரைகளின் இடைப்பட்ட பரப்பு.

a) $\sqrt{2}+1$ b) $\sqrt{2}-1$ c) $2\sqrt{2}+1$ d) $2\sqrt{2}+2$

10. $\int_a^b f(x)\,dx =$

a) $2\int_0^a f(x)\,dx$ b) $\int_a^b f(a-x)\,dx$ c) $\int_a^b f(b-x)\,dx$ d) $\int_a^b f(a+b-x)\,dx$

11. $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x\log x}.y = \frac{2}{x^2}$ ன் தொகையீட்டுக் காரணி

a) e^x. b) $\log x$. c) $1/x$ d) e^{-x}.

12. $y = mx$ என்ற நேர்க்கோடுகளின் தொகுப்பின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு

a) $\frac{dy}{dx} = m$ b) $y\,dx - x\,dy = 0$ c) $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ d) $y\,dx + x\,dy = 0$

13. $(D^2 + 1)\,y = e^{2x}$ ன் நிரப்பு சார்பு

a) $(Ax+B)e^x$. b) $A\cos x + B\sin x$. c) $(Ax+B)e^{2x}$. d) $(Ax+B)e^{-x}$.

14. $\frac{d^2y}{dx^2} - y + \left(\frac{dy}{dx} + \frac{d^3y}{dx^3}\right)^{\frac{3}{2}} = 0$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி

a) 2,3 b) 3,3 c) 3,2 d) 2,2

15. பின்வருவனவற்றுள் எது மெய்மையாகும்?

a) p v q. b) p ^ q c) p v ~p. d) p ^ ~p.

16. கீழ்க்கண்டவற்றில் எது Rல் ஈருறுப்புச் செயலி அல்ல ?

a) a * b = ab. b) a * b = a – b c) a * b = $\sqrt{ab}$ d) a * b = $\sqrt{a^2 + b^2}$

17. பெருக்கல் விதியை பொறுத்து குலமாகிய ஒன்றின் நாலாம் மூலங்களில் $-i$ ன் வரிசை

a)4 b) 3 c) 2 d) 1

18. p உண்மையாக இருந்து, q-தவறாக இருப்பின், பின்வருவனவற்றுள் எவை உண்மையில்லை?

a) $p \to q$ தவறு b) $p \vee q$ உண்மை c) $p \wedge q$ தவறு d) $p \leftrightarrow q$ உண்மை

19. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X ன் நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு (p.d.f) பின்வருமாறு

x	0	1	2	3	4	5	6	7
P(X=x)	0	K	2k	2k	3k	K^2	$2k^2$	$7k^2$+k

k ன் மதிப்பு

a) 1/ 8 b) 1/ 10 c) 0 d) -1 or 1/10

20. ஒரு ஈருறுப்பு பரவலின் சராசரி 5 மேலும் திட்டவிலக்கம் 2 எனில் n மற்றும் p ன் மதிப்புகள்

a) $\left(\frac{4}{5}, 25\right)$ b) $\left(25, \frac{4}{5}\right)$ c) $\left(\frac{1}{5}, 25\right)$ d) $\left(25, \frac{1}{5}\right)$

21. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X பாய்ஸான் பரவலை பின்பற்றுகிறது மேலும் $E(X^2) = 30$ எனில் பரவலின் பரவற்படி

a) 6 b) 5 c) 30 d) 25

22. திட்ட இயல்நிலை மாறி Z இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $\varphi(z)=$

a) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{1}{2}z^2}$ b) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2}$ c) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{1}{2}z^2}$ d) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$

23. $ae^x + be^y = c$; $pe^x + qe^y = d$ மற்றும் $\Delta_1 = \begin{vmatrix} a & b \\ p & q \end{vmatrix}$; $\Delta_2 = \begin{vmatrix} c & b \\ d & q \end{vmatrix}$; $\Delta_3 = \begin{vmatrix} a & c \\ p & d \end{vmatrix}$ எனில் (x,y) ன் மதிப்பு

a) $\left(\frac{\Delta_2}{\Delta_1}, \frac{\Delta_3}{\Delta_1}\right)$ b) $\left(\log\frac{\Delta_2}{\Delta_1}, \log\frac{\Delta_3}{\Delta_1}\right)$ c) $\left(\log\frac{\Delta_1}{\Delta_3}, \log\frac{\Delta_1}{\Delta_2}\right)$ d) $\left(\log\frac{\Delta_1}{\Delta_2}, \log\frac{\Delta_1}{\Delta_3}\right)$

24. மதிப்பிட வேண்டிய மூன்று மாறிகளில் அமைந்த மூன்று நேரிய அசமபடித்தான சமன்பாட்டுத் தொகுப்பில் $\Delta = 0$ மற்றும் $\Delta_x = 0$, $\Delta_y \neq 0$ மற்றும் $\Delta_z = 0$ எனில் தொகுப்புக்கான தீர்வு

a) ஒரே ஒரு தீர்வு b) இரண்டு தீர்வுகள் c) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகள் d) தீர்வு இல்லாமை

25. A,B என்ற ஏதேனும் இரு அணிகளுக்கு AB = O என்று இருந்து மேலும் A பூச்சியமற்ற கோவை அணி எனில்,

a) B = O b) B ஒரு பூச்சியக் கோவை அணி c) B ஒரு பூச்சியமற்ற கோவை அணி d)B = A

26. சமபடித்தான நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பில் $\rho(A) <$ மாறிகளின் எண்ணிக்கை எனில் தொகுப்பானது

a) வெளிப்படைத் தீர்வு மட்டுமே பெற்றிருக்கும்
b) வெளிப்படைத் தீர்வு மற்றும் எண்ணிக்கையற்ற வெளிப்படையற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும்
c) வெளிப்படையற்ற தீர்வுகள் மட்டுமே பெற்றிருக்கும்
d) தீர்வுகள் பெற்றிருக்காது

27. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y - 10z + 1 = 0$ என்ற கோளத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம்

a) (-3, 4, -5) , 49 b) (-6, 8, -10) , 1 c) (3, -4, 5) , 7 d) (6, -8, 10) , 7

28. $\frac{x-6}{-6} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z-4}{-8}$ மற்றும் $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+3}{-2}$ என்ற கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி

a) (0, 0, -4) b) (1, 0, 0) c) (0, 2, 0) d) (1, 2, 0)

29. (2,1,-1) என்ற புள்ளி வழியாகவும் தளங்கள் $\vec{r}\cdot(\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k})=0$; $\vec{r}\cdot(\vec{j}+2\vec{k})=0$ வெட்டிக்கொள்ளும் கோட்டை உள்ளடக்கியதுமான தளத்தின் சமன்பாடு

a) x+4y-z=0 b) x+9y+11z=0 c) 2 x+y-z+5=0 d) 2x-y+z=0

30. $\vec{r} = s\,\vec{i} + t\,\vec{j}$ என்ற சமன்பாடு குறிப்பது

a) $\vec{i}$ மற்றும் $\vec{j}$ புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோடு b)xoy தளம்

c) yoz தளம் d)zox தளம்

31. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பவை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான மூன்று அலகு வெக்டர்கள் எனில் $\left|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right| =$

a) 3 b) 9 c) $3\sqrt{3}$ d) $\sqrt{3}$

32. $4\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$ இன் மீது $3\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ இன் வீழல்

a) $\frac{9}{\sqrt{21}}$ b) $\frac{-9}{\sqrt{21}}$ c) $\frac{81}{\sqrt{21}}$ d) $\frac{-81}{\sqrt{21}}$

33. $i+i^{22}+i^{23}+i^{24}+i^{25}$ ன் மதிப்பு என்பது

a) i b) -i c) 1 d) -1

34. $ax^2+bx+1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு $\frac{1-i}{1+i}$ aயும்,bயும் மெய் எனில் (a,b) என்பது.

a) (1,1) b) (1,-1) c) (0,1) d) (1,0)

35. ω என்பது 1ன் nம் படி மூலமெனில்

a) $1+\omega^2+\omega^4+........=\omega+\omega^3+\omega^5+........$ b) $\omega^n=0$ c) $\omega^n=1$ d) $\omega=\omega^{n-1}$

36. $(2+i)(3-2i)$இன் இணைக் கலப்பெண்

a) $8-i$ b) $-8-i$ c) $-8+i$ d) $8+i$

37. (-4, 4) என்ற புள்ளியிலிருந்து $y^2=16x$ க்கு வரையப்படும் இரு தொடுகோடுகளுக்கு இடையேயுள்ள கோணம்

a) 45° b) 30° c) 60° d) 90°

38. $9x^2+16y^2=144$என்ற கூம்பு வளைவின் இயக்கு வட்டத்தின் ஆரம்

a) $\sqrt{7}$ b) 4 c) 3 d) 5.

39. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$என்ற அதிபரவளையத்தின் தொலைதொடுகோடுகளுக்கிடையேயுள்ள கோணம்

a) $\pi-2\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ b) $\pi-2\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ c) $2\tan^{-1}\frac{3}{4}$ d) $2\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$

40. $x^2=-4y$ என்ற பரவளையத்தின் இயக்குவரை

a) x = 1 b) x = 0 c) y = 1 d) y = 0

பகுதி – ஆ

குறிப்பு: 1. எவையேனும் 10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்

2. வினா எண் 55க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும் பிற வினாக்களிலிருந்து ஏதேனும் 9 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். 10×× 6=60

41. $\begin{bmatrix} 3 & 1 & -5 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & -5 \\ 1 & 5 & -7 & 2 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

42. ஓர் அரைவட்டத்தில் உள்ள கோணம் ஒரு செங்கோணம் இதனை வெக்டர் முறையில் நிரூபிக்க.

43. $2\vec{i}+6\vec{j}-7\vec{k}$ மற்றும் $-2\vec{i}+4\vec{j}-3\vec{k}$ எனும் நிலை வெக்டர்களையுடைய புள்ளிகள் முறையே A , B ஆகும். இவற்றை இணைக்கும் கோட்டை விட்டமாகக் கொண்ட கோளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க. மேலும் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க.

44. (i) போலார் வடிவில் எழுதுக. ($-1-i$)

(ii) $\omega^3=1$, ஏனில் $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^5+\left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^5=-1$ என நிறுவுக

45. $(-8-6i)$-இன் வர்க்கமூலம் காண்க.

46. அதிபரவளையத்தின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியிலிருந்து அதன் தொலைத் தொடுகோடுகளின் செங்குத்துத் தூரங்களின் பெருக்குத் தொகை ஒரு மாறிலி என்றும் அதன் மதிப்பு $\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$ எனவும் காட்டுக. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

47. (i) மேக்லாரின் விரிவு காண்க e^x

(ii) மதிப்பு காண்க: $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{e^x}$

48. பின்வரும் சார்புகள் எந்த இடைவெளிகளில் குழிவு அடைகின்றன என்பதையும் மற்றும் வளைவு மாற்றுப் புள்ளிகளையும் காண்க. $f(x)= 2x^3+5x^2-4x$

49. $U=(x-y)(y-z)(z-x)$எனில் $U_x+U_y+U_z=0$ எனக் காட்டுக.

50. மதிப்பிடுக: $\int_0^{\pi/2} \log(\tan x)\, dx$

51. $p\leftrightarrow q\equiv(p\to q)\wedge(q\to p)$எனக் காட்டுக.

52. குலத்தின் நீக்கல் விதிகளை எழுதி நிறுவுக.

53.பின்வரும் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பிற்கு சராசரியையும், பரவற்படியையும் காண்க. $f(x)=\begin{cases}3e^{-3x} & , 0<x<\infty \\ 0 & , elsewhere\end{cases}$

54. ஒரு குறிப்பிட்ட தேர்வில், தேர்ச்சி பெற்றவர்களின் சதவீதம் 80 ஆகும். 6 நபர்கள் தேர்வு எழுதினால், குறைந்தபட்சம் 5 நபர்கள் தேர்ச்சி பெற நிகழ்தகவு காண்க

55.(a) பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பு ஒருங்கமைவு உடையதா என்பதை ஆராய்க. ஒருங்கமைவு உடையதாயின் அவற்றைத் தீர்க்க $x-4y+7z=14$; $3x+8y-2z=13$; $7x-8y+26z=5$

(அல்லது)

(b) (x,y)என்ற புள்ளியில் சாய்வு $1+\frac{y}{x}$ எனக் கொண்டு,$(1,0)$ என்ற புள்ளி வழியாகச் செல்லக் கூடிய வளைவரையின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

பகுதி – இ

குறிப்பு: 1. எவையேனும் 10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்

2. வினா எண் 70க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும் பிற வினாக்களிலிருந்து ஏதேனும் 9 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். 10×× 10=100

56 ஒரு சிறிய கருத்தரங்கு அறையில் 100 நாற்காலிகள் வைப்பதற்கு போதுமான இடமுள்ளது. மூன்று நிறங்களில் நாற்காலிகள் உள்ளன. (சிகப்பு, நீலம் மற்றும் பச்சை). சிகப்பு வண்ண நாற்காலியின் விலை ரூ.240, நீல வண்ண நாற்காலியின் விலை ரூ.260, பச்சைவண்ண நாற்காலியின் விலை ரூ.300. மொத்தம் ரூ. 25000 மதிப்புள்ள நாற்காலிகள்வாங்கப்பட்டது. அவ்வாறாயின் ஒவ்வொரு வண்ணத்திலும் வாங்கத்தக்க நாற்காலிகளின் எண்ணிக்கைக்கு குறைந்தபட்சம் மூன்று தீர்வுகளைக் காண்க.

57. நிரூபிக்க. $\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B.$

58. (1,2,3) மற்றும் (2,3,1) ஆகிய புள்ளிகள் வழயேச் செல்லக் கூடியதும் $3x-2y+4z-5=0$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாக அமைவதுமான தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

59. $x^7+x^4+x^3+1=0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

60. $y^2+8x-6y+1=0$ என்ற பரவளையத்தின் அச்சு, முனை, குவியம், இயக்குவரையின் சமன்பாடு, செவ்வகலத்தின் சமன்பாடு, செவ்வகலத்தின் நீளம் ஆகியவற்றைக் காண்க. மேலும் அதன் வரைபடம் வரைக

61.ஒரு வால் விண்மீன் ஆனது சூரியனைச் சுற்றி பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. மற்றும் சூரியன் பரவளையத்தின் குவியத்தில் அமைகிறது. வால் விண்மீன் சூரியனிலிருந்து 80 மில்லியன் கி.மீ தொலைவில் அமைந்து இருக்கும் போது வால் விண்மீனையும் சூரியனையும் இணைக்கும் கோடு பாதையின் அச்சுடன்$\frac{\pi}{3}$கோணத்தினை ஏற்படுத்துமானால் (i)வால் விண்மீனின் பாதையின் சமன்பாட்டைக் காண்க.(ii)வால் விண்மீன் சூரியனுக்கு எவ்வளவு அருகில் வரமுடியும் என்பதையும் காண்க. (பாதை வலதுபுறம் திறப்புடையதாக கொள்க).

62.rஆரமுள்ள வட்டத்தினுள் வரையப்படும் மிகப் பெரிய பரப்பளவு கொண்ட செவ்வகத்தின் நீள, அகலங்கள் என்னவாக இருக்கும்?

63. $y^2=x$ மற்றும்$xy=k$எனும் வளைவரைகள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொண்டால்,$k=\pm\frac{1}{2\sqrt{2}}$ என நிரூபிக்க.

64. $f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$க்கு யூலரின் தேற்றத்தை சரிபார்க்க.

65. $y = \sin x$என்ற வளைவரை $x = 0$, $x = \pi$மற்றும் x-அச்சு ஆகியவற்றால் ஏற்படும் பரப்பினை x-அச்சினைப் பொறுத்து சுழற்றும் போது கிடைக்கும் திடப்பொருளின் வளைபரப்பு $2\pi[\sqrt{2} + \log(1 + \sqrt{2})]$என நிறுவுக.

66. ரூ. 1000 என்ற தொகைக்கு தொடர்ச்சி கூட்டு வட்டி கணக்கிடப்படுகிறது. வட்டி வீதம் ஆண்டொன்றுக்கு 4 சதவீதமாக இருப்பின், அத்தொகை எத்தனை ஆண்டுகளில் ஆரம்பத் தொகையைப் போல் இரு மடங்காகும்? ($\log_e 2 = 0.6931$)

67. தீர்க்க :$dx + xdy = e^{-y}\sec^2 ydy$

68. $|z| = 1$எனுமாறு உள்ள கலப்பெண்கள் யாவும் அடங்கிய கணம் Mஆனது கலப்பெண்களின் பெருக்கலின் கீழ் ஒரு குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

69. ஒரு இயல்நிலைப் பரவலின் நிகழ்தகவுப் பரவல்$f(x) = ce^{-x^2 + 3x}$, $-\infty < X < \infty$எனில் c, μ, σ^2இவற்றைக் காண்க.

70. (a) அதிபரவளையத்தின் மையம் (2,4).மேலும்(2,0)வழியே செல்கிறது. இதன் தொலைத் தொடுகோடுகள்$x + 2y - 12 = 0$மற்றும்$x - 2y + 8 = 0$ ஆகியவற்றிற்கு இணையாக இருக்கின்றனஎனில்அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

(அல்லது)

(b) $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்திற்கும்$2x - y = 4$ என்ற கோட்டிற்கும் இடைப்பட்ட பரப்பினைக் காண்க..