

மேனிலை இரண்டாம் ஆண்டு

கணிதம்

மாதிரி வினாத்தாள் -2

நேரம் : 2.30 மணி

மதிப்பெண் : 90

பகுதி - I

அனைத்துக் கேள்விகளுக்கும் விடையளி

20 × 1 = 20

சரியான விடையினைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

1. $\begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 1 & K & -3 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ என்ற அணிக்கு நேர்மாறு உண்டு எனில் K இன் மதிப்புகள்

அ) K ஏதேனும் ஒரு மெய்யெண் ஆ) K = -4 இ) K ≠ -4 ஈ) K ≠ 4

2. $\begin{vmatrix} \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \\ \cos 45^\circ & \sin 45^\circ \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \cos 45^\circ & \cos 15^\circ \\ \sin 45^\circ & \sin 15^\circ \end{vmatrix}$ இன் மதிப்புக் காண்க

அ) $\frac{1}{4}$ ஆ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ இ) $\frac{-\sqrt{3}}{4}$ ஈ) $\frac{-1}{4}$

3. $\vec{r} = s\vec{i} + t\vec{j}$ என்ற சமன்பாடு குறிப்பது

அ) \vec{i} மற்றும் \vec{j} புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோடு ஆ) xoy தளம்

இ) yoz தளம் ஈ) zox தளம்

4. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ மற்றும் $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ என்பன மூன்று வெக்டர்கள் எனில் $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ இன் மதிப்பு.

அ) $\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ஆ) $2\vec{i} - 2\vec{j}$ இ) $3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ஈ) $2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$

5. Z_1, Z_2 என்ற இரு கலப்பெண்கள் எனில் $|Z_1| = 12$, $|Z_2 - 3 - 4i| = 5$ எனில் $|Z_1 - Z_2|$ வின் மீச்சிறு மதிப்புக் காண்க.

அ) 0 ஆ) 2 இ) 7 ஈ) 17

6. $x^2 - 6x + K = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் $-i + 3$ எனில் K இன் மதிப்பு

அ) 5 ஆ) $\sqrt{5}$ இ) $\sqrt{10}$ ஈ) 10

7. $9x^2 + 5y^2 = 180$ என்ற நீள்வட்டத்தின் குவியங்களுக்கிடையே உள்ள தொலைவு

அ) 4 ஆ) 6 இ) 8 ஈ) 2

8. ஒரு நீள்வட்டத்தின் குவியங்கள் (3, 0), (-3, 0) மையத்தொலைத் தகவு $\frac{1}{2}$ எனில் நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு.

அ) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ ஆ) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ இ) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$ ஈ) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

9. ஒரு துகளின் திசைவேகம் t வினாடியில் v எனில் $v = 2e^{2t} \cos \frac{\pi t}{3}$ முடுக்கமானது t ன் எந்த மீச்சிறு மதிப்பில் பூச்சியமாகும் ?

அ) 0 ஆ) $\frac{3}{2}$ இ) $\left(\frac{3}{\pi}\right) \tan^{-1}\left(\frac{6}{\pi}\right)$ ஈ) $\frac{3}{\pi} \cos^{-1}\left(\frac{6}{\pi}\right)$

10. a = 0, b = 1 எனக் கொண்டு $f(x) = x^2 + 2x - 1$ என்ற சார்பிற்கு இலக்கராஞ்சியின் இடைமதிப்புத் தேற்றத்தின் படியுள்ள 'c' இன் மதிப்பு

அ) -1 ஆ) 1 இ) 0 ஈ) $\frac{1}{2}$

11. $u = \log\left(\frac{x^2 + y^2}{xy}\right)$ எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = ?$

அ) 0 ஆ) u இ) 2u ஈ) u^{-1}

12. $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (x^y) = ?$

அ) $x^{y-1} (1 + y \log x)$ ஆ) $y (y-1) x^{y-2}$
இ) $x^{y-1} + (y-1)x^{y-2}$ ஈ) $x^y (x - y \log x)$

13. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x - \cos x}{1 + \sin x \cos x} dx$ இன் மதிப்பு.

அ) $\frac{\pi}{2}$ ஆ) 0 இ) $\frac{\pi}{4}$ ஈ) π

14. $x + y - 2 = 0$ என்ற நேர்கோடு, x அச்ச மற்றும் y அச்சக்குள் அடைபடும் பரப்பை x அச்சைப் பொறுத்துச் சுழற்றும் போது ஏற்படும் திடப்பொருளின் கன அளவு காண்க.

அ) $\frac{\pi}{3}$ கன அளவு ஆ) $\frac{2\pi}{3}$ கன அளவு இ) $\frac{4\pi}{3}$ கன அளவு ஈ) $\frac{8\pi}{3}$ கன அளவு

15. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \tan\left(\frac{y}{x}\right)$ இன் தீர்வு

அ) $cx = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ ஆ) $cy = \cos\left(\frac{x}{y}\right)$ இ) $cx = \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ ஈ) $cy = \sin\left(\frac{x}{y}\right)$

16. $\left(\frac{dx}{dy}\right)^2 + 5y^{1/3} = x$ என்ற வகைக்கெழுவிற்ரு
 அ) வரிசை 2 மற்றும் படி 1 ஆ) வரிசை 1 மற்றும் படி 2
 இ) வரிசை 1 மற்றும் படி 6 ஈ) வரிசை 1 மற்றும் படி 3
17. P யின் மெய்மதிப்பு T மற்றும் q ன் மெய்மதிப்பு F எனில் பின்வருவனவற்றில் எவற்றிற்கு மெய்மதிப்பு T என இருக்கும் ?
 (i) $p \vee q$ (ii) $\sim p \vee q$ (iii) $p \vee \sim q$ (iv) $p \wedge \sim q$
 அ) (i) (ii) (iii) ஆ) (i) (ii) (iv) இ) (i) (iii) (iv) ஈ) (ii) (iii) (iv)
18. 1 இன் n ஆம் படி மூலங்கள் பெருக்கலின் கீழ் எபீலியன் குலத்தை அமைக்கும் எனில் $\cos(n-1)\frac{2\pi}{n} + i \sin(n-1)\frac{2\pi}{n}$ இன் எதிர்மறை.
 அ) $\cos(n-1)\pi + i \sin(n-1)\pi$ ஆ) $\cos n\pi + i \sin n\pi$
 இ) $\cos \frac{2\pi}{n} + i \sin \frac{2\pi}{n}$ ஈ) $\cos 2\pi + i \sin 2\pi$
19. 1 மற்றும் 20 இடையேயுள்ள ஏதாவது ஓர் எண்ணை 3 அல்லது 7ஆல் வகுப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.
 அ) $\frac{2}{5}$ ஆ) $\frac{1}{3}$ இ) $\frac{4}{9}$ ஈ) $\frac{5}{10}$
20. இயல்நிலை மாறி x இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு f(x) மற்றும் $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ எனில் $\int_{-\infty}^{\mu} f(x) dx$ இன் மதிப்பு
 அ) வரையறுக்க முடியாதது ஆ) 1 இ) 0.5 ஈ) -0.5

பகுதி - II

எவையேனும் 7 கேள்விகளுக்கு விடையளி

7 × 2 = 14

30வது கேள்விக்குக் கட்டாயம் பதிலளிக்க வேண்டும்.

21. $A = \begin{bmatrix} 1 & \tan \frac{\alpha}{2} \\ -\tan \frac{\alpha}{2} & 1 \end{bmatrix}$ எனில் A^{-1} ஐக் காண்க.
22. $\overline{a}, \overline{b}$ என்பன இரண்டு வெக்டர்கள் எனில் $|\overline{a} + \overline{b}| \leq |\overline{a}| + |\overline{b}|$ என நிரூபி.
23. $z = -1 - i$ இன் வர்க்கமூலம் காண்க.
24. $z = \frac{i-4}{2i-3}$ என்ற கலப்பெண்ணின் மெய் மற்றும் கற்பனைப் பகுதிகளைக் காண்க.
25. முனை (2, 1) உடையதும் (6, 5) என்ற புள்ளிவழியே செல்வதும், வலதுபக்கம் திறப்புடையதுமான பரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

26. $f(x) = \sin x + \cos 2x$ என்ற சார்பு $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ என்ற இடைவெளியில் ஓரியல்பற்றது என நிரூபிக்க.

27. வகையீடுகளைப் பயன்படுத்தி $\sqrt{4.001}$ க்குத் தோராய மதிப்புகளைக் காண்க.

28. மதிப்பீடுக : $\int_0^{\pi/2} e^{ax} \cos bx \, dx$

29. $x \frac{dy}{dx} = y + \sqrt{1 + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2}$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி காண்க.

30. ஒரு வேலைக்குப் பெறப்பட்ட 13 நபர்களின் விண்ணப்பங்களில் 8 ஆண்கள் 5 பெண்கள். இவற்றில் ஏதாவது 2 நபர்களைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். தேர்ந்தெடுக்கப்படும் நபர்களில் குறைந்தபட்சம் ஒரு பெண் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

பகுதி - III

எவையேனும் 7 கேள்விகளுக்கு விடையளி.

$7 \times 3 = 21$

40வது கேள்விக்குக் கட்டாயம் விடையளிக்க வேண்டும்.

31. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ -2 & 4 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 7 & 6 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

32. ஒரு துகள் $\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ எனும் நிலையிலிருந்து $5\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$ எனும் நிலைக்கு $4\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ மற்றும் $3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, என்ற மாறாத விசைகளின் செயற்பாட்டால் நகர்த்தப் பெற்றால் அவ்விசைகள் சேர்ந்து செய்யும் வேலையைக் காண்க.

33. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100} = a + ib$ எனில் (a, b) ஐக் காண்க.

34. ஒரு புள்ளியானது அப்புள்ளிக்கும் (4, 0) மற்றும் (-4, 0) என்ற புள்ளிகளுக்கும் இடையேயான தூரங்களின் கூடுதல் 10 ஆக இருக்குமாறு நகருமானால் அப்புள்ளியின் நியமப் பாதையைக் காண்க.

35. $y = \tan x$ என்ற வளைவரைக்கு $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ என்ற இடைவெளியில் வளைவு மாற்றுப் புள்ளிகளை காண்க.

36. $u = \log(\tan x + \tan y + \tan z)$ எனில் $\sum \sin 2x \frac{\partial u}{\partial x} = 2$ என நிரூபி.

37. தீர்க்க : $y = e^x$, $y = e^{-x}$ என்ற வளைவரைகளுக்கும் $x = -1$ மற்றும் $x = 2$ என்ற குத்துக்கோடுகளுக்கும் இடையில் அடைபடும் பரப்பைக் காண்க.

38. $((\sim p) \vee q) \vee (p \wedge (\sim q))$ ஒரு மெய்மையா என்பதை மெய் அட்டவணைக் கொண்டு தீர்மானிக்க.

39. தீர்க்க : $2y \cot x \frac{dy}{dx} = 1 + y^2$

40. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி x இன் நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு பரவல்

X	-2	3	1
P (X = x)	$\frac{\lambda}{6}$	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{12}$

எனில் E (X) ஐக் காண்க.

பகுதி - IV

அனைத்துக் கேள்விகளுக்கும் விடையளி.

7 × 5 = 35

41. அ) λ, μ இன் எம்மதிப்புகளுக்கு $x + y + z = 6, x + 2y + 3z = 10, x + 2y + \lambda z = \mu$ என்ற சமன்பாடுகள்

i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது ii) ஒரே ஒரு தீர்வு பெற்றிருக்கும்.

iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதை ஆராய்க.

அல்லது

ஆ) ஒரு முக்கோணத்தின் குத்துக்கோடுகள் ஒரே புள்ளியில் சந்திக்கும் என்பதனை வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.

42. அ) P என்னும் புள்ளி கலப்பு எண் மாறி z ஐக் குறித்தால் P இன் நியமப் பாதையை பின்வரும் கட்டுப்பாடுகளுக்கு உட்பட்டு காண்க.

$$\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{3}$$

அல்லது

ஆ) $y^2 - 6y - 8x + 25 = 0$ என்ற பரவளையத்திற்கு, அச்சு, மையம், குவியம் மற்றும் இயக்குவரை காண்க.

43. அ) சூரியன் குவியத்திலிருக்குமாறு பூமியானது சூரியனை ஒரு நீள்வட்டப் பாதையில் சுற்றி வருகிறது. அதன் நெட்டச்சின் நீளம் 92.9 மில்லியன் மைல்கள் ஆகவும் மையத் தொலைத்தகவு 0.017 ஆகவும் உள்ளது எனில், பூமியானது சூரியனுக்கு மிக அருகாமையில் வரும்போது உள்ள தூரமும் மிகத் தொலைவில் இருக்கும்போது உள்ள தூரமும் காண்க.

அல்லது

ஆ) a ஆரமுள்ள கோளத்தினுள் பெரும அளவு கொள்ளுமாறு காணப்படும் கூம்பின் கொள்ளளவு கோளத்தின் கொள்ளளவின் $8/27$ மடங்கு எனக் காட்டுக.

44. அ) மதிப்புக் காண்க $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^-}{2}} (\tan x)^{\cos x}$

அல்லது

ஆ) $[\bar{b} \bar{c} \bar{d}] = 24$ மற்றும் $(\bar{a} \times \bar{b}) \times (\bar{c} \times \bar{d}) + (\bar{a} \times \bar{c}) \times (\bar{d} \times \bar{b}) + (\bar{a} \times \bar{d}) \times (\bar{b} \times \bar{c}) + K \bar{a} = 0$ எனில் $\frac{K}{16}$ இன் மதிப்புக் காண்க.

45. அ) $y^2 = 2x^3$ என்ற வளைவரையை வரைக.

அல்லது

ஆ) $y = \sin x$ மற்றும் $y = \tan x$ என்ற இரு வளைவரைகள் ஒன்றை ஒன்று $x = 0$ என்ற புள்ளியில் தொடுகிறது மற்றும் $x = \frac{\pi}{3}$ என்ற கோட்டால் அவ்வளைவரைகளுக்கு இடையே அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

46. அ) $\left(\frac{x}{a}\right)^{2/3} + \left(\frac{y}{a}\right)^{2/3} = 1$ என்ற வளைவரையின் நீளத்தைக் காண்க.

அல்லது

ஆ) $L(y) = \frac{d^2y}{dx^2} + 7 \frac{dy}{dx} + 3y$, $L(y) = \sin x$, $L(y) = \cos x$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் $y_1(x)$ மற்றும் $y_2(x)$ எனில் $y_1(x) + y_2(x)$ தீர்வாக இருக்கக்கூடிய வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

47. அ) $(z_n, + n)$ ஒரு குலம் எனக் காட்டுக.

அல்லது

ஆ) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

x	-2	2	5
P (x=x)	1/4	1/4	1/2

4 (E (x²) – Var (2x)) இன் மதிப்புக் காண்க.