www.mathstimes.com

மேனிலை இரண்டாம் ஆண்டு

கணிதம்

மாதிரி வினாத்தாள் –3

நேரம் : 2.30 மணி **மதிப்பெண் : 90**

பகுதி – I

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க. $20 \times 1 = 20$

சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

1. $x + 2y + 3z = -1, 2x + 5y - 6z = 3, 8x + 20y - 24z = 12$ என்ற நேரிய சமன்பாட்டுத் தொகுப்பானது

   அ) ஒருங்கமைவு உடையது மற்றும் ஒரே ஒரு தீர்வை கொண்டது

   ஆ) ஒருங்கமைவு உடையது மற்றும் எண்ணற்ற தீர்வுகளைக் கொண்டது

   இ) ஒருங்கமைவு அற்றது. தீர்வு கிடையாது.

   ஈ) ஒருங்கமைவு உடையது மற்றும் வெளிப்படைத் தீர்வு கொண்டது.

2. பின்வருவனவற்றுள் எது தவறானது ?

   அ) ஒரு பூச்சிய அணியின் தரம் ஆனது பூச்சியம் ஆகும்.

   ஆ) 'n' வரிசை கொண்ட அலகு அணியின் தரம் 1 ஆகும்.

   இ) ஒரு $m \times n$ அணி இன் தரமானது m மற்றும் nஆல் எது குறைவானதோ அம்மதிப்புக்கு மிகாததாக அமையும்.

   ஈ) சமான அணிகள் சமமான தரங்களைப் பெற்றிருக்கும்.

3. y மற்றும் z அச்சுக்களின் திசை விகிதங்கள் முறையே

   அ) (1, 0, 0), (0, 1, 0) ஆ) (1, 0, 0), (0, 0, 1)

   இ) (0, 0, 1), (0, 1, 0) ஈ) (0, 1, 0), (0, 0, 1)

4. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 6)^2 = 18$ என்ற கோளத்தின் மையம் வழியே செல்லக்கூடிய நாணின் ஒரு முனைப்புள்ளி (3, 2, –2) எனில் மற்றொரு முனைப்புள்ளியானது

   அ) $\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, -4\right)$ ஆ) $\left(\frac{-1}{2}, \frac{-1}{2}, -2\right)$

   இ) (1, 0, –10) ஈ) (–1, 0, 10)

5. $\bar{Z} + 3i$ இன் இணைக் கலப்பெண்

   அ) $Z - 3i$ ஆ) $Z + 3i$ இ) $-Z + 3i$ ஈ) $-Z - 3i$

6. $e^{Z + 2\pi i}$ இன் மெய்ப்பகுதி

   அ) cosy ஆ) siny இ) e^x cosy ஈ) e^x siny

7. ஒரு பரவளைய பிரதிபலிப்பானின் விட்டம் 20 செ.மீ அதன் குழிவு 5 செ.மீ எனில் அப்பிரதிபலிப்பானின் மையத்திலிருந்து குவியத்திற்கு இடைப்பட்ட தூரம்

அ) 10 cm ஆ) 6 cm இ) 5 cm ஈ) 15 cm

8. xy = 9 என்ற செவ்வக அதிபரவளையத்தின் மீதுள்ள $\left(6, \frac{3}{2}\right)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்து, வளைவரையை மீண்டும் சந்திக்கும் புள்ளி

அ) $\left(\frac{3}{8}, 24\right)$ ஆ) $\left(-24, \frac{-3}{8}\right)$ இ) $\left(\frac{-3}{8}, -24\right)$ ஈ) $\left(24, \frac{3}{8}\right)$

9. $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ என்ற வளைவரைக்கு x = 1 இல் ஒரு வளைவு மாற்றுப்புள்ளி உண்டெனில்

அ) a + b = 0 ஆ) a + 3b = 0 இ) 3a + b = 0 ஈ) 3a + b = 1

10. விகிதமுறா எண்களின் சிறப்புச் சார்பு

அ) எந்தவொரு புள்ளியிலும் வகையிடத்தக்கது; மேலும் எந்தவொரு புள்ளியிலும் தொடர்ச்சியானது

ஆ) எந்தவொரு புள்ளியிலும் வகையிடத்தக்கது; மேலும் எந்தவொரு புள்ளியிலும் தொடர்ச்சியற்றது.

இ) எந்தவொரு புள்ளியிலும் வகையிடத்தக்கதல்ல; மேலும் எந்தவொரு புள்ளியிலும் தொடர்ச்சியானது.

ஈ) எந்தவொரு புள்ளியிலும் வகையிடத்தக்கதல்ல; மேலும் எந்தவொரு புள்ளியிலும் தொடர்ச்சியற்றது.

11. $y^2 (1 + x) = x^2 (1 - x)$ என்ற வளைவரையின் தொலைத்தொடுகோடானது

அ) x = 0 ஆ) y = 0 இ) x = 1 ஈ) x = – 1

12. $u = \log\left(\frac{x^2 + y^2}{x + y}\right)$ எனில், $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y}$ இன் மதிப்பு

அ) 0 ஆ) e^u இ) 1 ஈ) 2

13. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் பரப்பை நெட்டச்சு, குற்றச்சு இவற்றைப் பொறுத்துச் சுழற்றப்படும் திடப்பொருளின் கன அளவுகளின் விகிதம்

அ) $b^2 : a^2$ ஆ) $a^2 : b^2$ இ) a : b ஈ) b : a

14. $\int_0^{\pi} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} dx$ இன் மதிப்பு

அ) $\frac{\pi}{2}$ ஆ) 0 இ) $\frac{\pi}{4}$ ஈ) π

15. $(3D^2 + 4D + 1)\, y = 3e^{-x/3}$ இன் சிறப்புத் தீர்வு (PI)

அ) $\frac{2}{3}e^{-x/3}$ ஆ) $\frac{x^2}{2}e^{-x/3}$ இ) $\frac{3}{2}xe^{-x/3}$ ஈ) $e^{-x/3}$

16. $f'(x) = \sqrt{x}$ மற்றும் $f(1) = 2$ எனில் $f(x)$ என்பது

அ) $\frac{-2}{3}(x\sqrt{x}+2)$ ஆ) $\frac{3}{2}(x\sqrt{x}+2)$

இ) $\frac{2}{3}(x\sqrt{x}+2)$ ஈ) $\frac{2}{3}x(\sqrt{x}+2)$

17. கீழ்க்காண்பனவற்றுள் எது சரியானதல்ல ?

அ) அணிக்கூட்டல் ஆனது $m \times n$ வரிசை அணிகளின் கணத்தின் மீது ஒரு ஈருறுப்பு செயலி ஆகும்.

ஆ) அணிக்கூட்டலானது $n \times n$ வரிசை பூச்சியக்கோவை அணிகளின் கணத்தின் மீது ஒரு ஈருறுப்பு செயலி ஆகும்.

இ) அணிப்பெருக்கல் ஆனது பூச்சியக்கோவை அணி கணத்தின் மீது ஒரு ஈருறுப்பு செயலி ஆகும்.

ஈ) அணிப்பெருக்கல் ஆனது பூச்சியமற்ற கோவை அணிகணத்தின் மீது ஒரு ஈருறுப்பு செயலி ஆகும்.

18. பின்வருவனவற்றுள் எது குலம்

அ) $(N, +)$ ஆ) $(E, \bullet)$ இ) $(R, \bullet)$ ஈ) $(Q, +)$

19. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X பாய்ஸான் பரவலைப் பின்பற்றுகிறது. மேலும் $E(X^2) = 30$ எனில் பரவலின் பரவற்படி

அ) 6 ஆ) 5 இ) 30 ஈ) 25

20. X என்ற சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு பரவல் பின்வருமாறு

X	0	1	2
P (X = x)	$\frac{144}{169}$	$\frac{1}{169}$	$\frac{24}{169}$

F(1) இன் மதிப்பானது

அ) 1 ஆ) $\frac{144}{169}$ இ) $\frac{145}{169}$ ஈ) $\frac{168}{169}$

www.mathstimes.com

பகுதி – II

எவையேனும் ஏழு கேள்விகளுக்கு விடையளிக்கவும் $7 \times 2 = 14$

30–வது கேள்விக்குக் கட்டாயம் விடையளிக்க வேண்டும்

21. $\frac{x-6}{3} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z-4}{1}$ மற்றும் $\frac{x}{-3} = \frac{y+9}{2} = \frac{z-2}{4}$ என்ற இரண்டு கோடுகளை ஒரே தள அமையாக் கோடுகள் என நிரூபி.

22. $1 + i$ என்ற கலப்பெண்ணின் பெருக்கல் நேர்மாறு காண்க.

23. இயக்கு வட்டத்தை வரையறு.

24. $\lim_{x\to\infty} \frac{\sin 1/x}{1/x}$ இன் மதிப்புக் காண்க.

25. x மீட்டர் பக்க அளவு கொண்ட ஒரு கனசதுரத்தின் பக்கம் 1% பெருகும்போது அதன் கன அளவில் ஏற்படும் தோராயமான மாற்றத்தை கணக்கிடுக.

26. $y = x^3, x = 0, y = 1$ என்பவற்றால் அடைபடும் பரப்பை y அச்சைப் பொறுத்துச் சுழற்றும்போது ஏற்படும் திடப்பொருளின் கன அளவைக் காண்க.

27. தீர்க்க : $xdy - ydx = x^2dx$

28. $a * b = a^b$ எனுமாறு வரையறுக்கப்பட்ட *க்கு (N, *) ஆனது ஒரு அரைக்குலம் அல்ல என நிரூபி.

29. பாய்ஸான் பரவலில் நிகழ்தகவின் கூடுதல் ஒன்று என நிறுவுக.

30. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ எனில் $XA = B$ என்ற அணிச்சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

பகுதி – III

எவையேனும் ஏழு கேள்விகளுக்கு விடையளிக்கவும் $7 \times 3 = 21$

40–வது கேள்விக்குக் கட்டாயம் விடையளிக்ளக வேண்டும்

31. அணியின் தரம் காண்க. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & 7 & 6 \end{pmatrix}$

32. $2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ மற்றும் $\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ஆகிய வெக்டர்களைக் கொண்ட தளத்திற்குச் செங்குத்தான ஓர் அலகு வெக்டரை காண்க.

33. அதிபரவளையத்தின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியிலிருந்து அதன் தொலைத்தொடுகோடுகளின் செங்குத்துத் தூரங்களின் பெருக்குத்தொகை ஒரு மாறிலி என்றும் அதன் மதிப்பு $\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$ எனவும் காட்டுக.

34. எல்லா $x > 0$ க்கும் $e^x > 1 + x$ என நிரூபிக்க.

35. $3ay^2 = x(x-a)^2$ என்ற வளைவரைக்கு

(i) வளைவரை காணப்படும் பகுதி (ii) சமச்சீர் (iii) தொலைத்தொடுகோடுகள் ஆகியவற்றைக் காண்க.

36. மதிப்பு காண்க : $\int_1^5 |x-3|\, dx$

37. ஒரு வளைவரையின் மீதுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளி (x, y)இல் வரையும் செங்கோடு $(2, 0)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்கிறது. வளைவரையின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

38. $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ என்ற கூற்றின் மறுப்புக் கூற்றை எழுதுக.

39. தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி Xஇன் நிகழ்தகவு $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\sin x & 0 \le x \le \pi \\ 0 & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$ எனில் சராசரியைக் காண்க.

40. $(-i)^{1/3}$ இன் எல்லா மதிப்புகளையும் காண்க.

பகுதி – IV

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளி. **7 × 5 = 35**

41. அ) Kஇன் எம்மதிப்புகளுக்குப் பின்வரும் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு $x-2y=1, x-y+Kz=-2, Ky+4z=6$ ஆனது (i) ஒரே ஒரு தீர்வு (ii) எண்ணற்ற தீர்வு (iii) தீர்வு இல்லாமை பெற்றிருக்கும்.

(அல்லது)

ஆ) ஒரு முக்கோணத்தின் மையக்குத்துக்கோடுகள் ஒரே புள்ளியில் சந்திக்கும் என்பதனை வெக்டர் முறையில் நிரூபிக்க.

42. அ) $\arg\left(\frac{Z-1}{Z+1}\right) = \frac{\pi}{2}$ எனில் $|Z| = 1$ என நிரூபிக்க.

அல்லது

ஆ) $u = \sin xy$ எனில் $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 y}{\partial y \partial x}$ சரிபார்க்க.

43. அ) ஒரு கோ–கோ விளையாட்டு வீரர் விளையாட்டுப் பயிற்சியின்போது அவருக்கும் கோ–கோ குச்சிகளுக்கும் இடையேயுள்ள தூரம் எப்பொழுதும் 8மீ ஆக இருப்பதாக உணர்கிறார். அவ்விரு குச்சிகளுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் 6மீ எனில் அவர் ஓடும் பாதையின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

அல்லது

ஆ) வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

$$\left(D^2+5\right)y = \left(\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}} + \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}\right)\cos^2 x$$

44. அ) $(-1, 3, 2)$ என்ற புள்ளி வழி செல்வதும் $x + 2y + 2z = 5$ மற்றும் $3x + y + 2z = 8$ ஆகிய தளங்களுக்குச் செங்குத்தானதுமான தளத்தின் கார்டீசியன் சமன்பாட்டைக் காண்க. மேலும் அத்தளத்தின் ஆய அச்சுக்களுடன் ஏற்படுத்தும் மூன்று வெட்டுத் துண்டுகளையும் காண்க.

(அல்லது)

ஆ) $ax^2 + by^2 = 1$, $a_1x^2 + b_1y^2 = 1$ என்ற வளைவரைகள் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளியில் வரையப்படும் தொடுகோடுகள் செங்குத்தாக இருப்பதற்கான நிபந்தனையைக் காண்க.

45. அ) $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்தில் அதன் செவ்வகலம் வரையிலான பரப்பினை x அச்சின் மீது சுழற்றும்போது கிடைக்கும் திடப்பொருளின் வளைபரப்பைக் காண்க.

(அல்லது)

ஆ) குவியங்கள் $(\pm\sqrt{10}, 0)$ ஆகவும் vஎன்றபுள்ளிவழிச்செல்வதுமான அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

46. அ) 1இன் ஆறாம் படி மூலங்கள் பெருக்கலின் கீழ் எபீலியன் குலத்தை அமைக்கும் என நிறுவுக.

(அல்லது)

ஆ) போர் வீரர்களின் காலணிகளின் ஆயுட்காலம் இயல்நிலைப் பரவலை ஒத்திருக்கிறது. இந்தப் பரவலின் சராசரி 8 மாதமாகவும், திட்டவிலக்கம் 2 மாதகமாகவும் அமைகிறது. 5000 ஜோடி காலணிகள் அளிக்கப்பட்டபோது, எத்தனை ஜோடிகளை 12 மாதங்களுக்குள் மாற்றப்பட வேண்டுமென எதிர்பார்க்கலாம் ?

47. அ) $x + y^2 = 0$ என்ற பரவளையத்தில் $(0, -3)$ என்ற புள்ளிக்கு மிக அருகாமையிலுள்ள புள்ளியைக் காண்க.

அல்லது

ஆ) ஒரு கதிரியக்கப் பொருள் சிதையும் மாறுவீதமானது, அதன் எடைக்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. அதன் எடை 10 மி.கிராம் ஆக இருக்கும் போது சிதையும் மாறுவீதம் நாளொன்றுக்கு 0.051 மி.கிராம் எனில் அதன் எடை 10 கிராமிலிருந்து 5 கிராமாகக் குறைய எடுத்துக் கொள்ளும் கால அளவைக் காண்க ($\log_e 2 = 0.6931$).

www.mathstimes.com